

Zestaw zadań 13: Rozkład SVD.

Wszystkie zadania w niniejszym zestawie rozważamy nad ciałem $\mathbb{R}$.

1. Dla danej macierzy A wyznaczyć rozkład SVD – znaleźć macierze U, Σ, V takie, że $A = U\Sigma V^T$ oraz wartości singularne, jeżeli:

$$\text{a) } A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}, \quad \text{b) } A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \text{c) } A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad \text{d) } A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \text{e) } A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

2. Dla każdej macierzy z poprzedniego zadania wyznaczyć:

a) $\text{Col}(A)$ i $\text{Null}(A^T)$ na podstawie U i Σ ,

b) $\text{Row}(A)$ i $\text{Null}(A)$ na podstawie V i Σ .

3. Wyznaczyć rozkład polarnej macierzy A , jeżeli:

$$\text{a) } A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}, \quad \text{b) } A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad \text{c) } A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

4. Stosując rozkład SVD wyznaczyć macierz pseudoodwrotną A^+ , jeżeli:

$$\text{a) } A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \text{b) } A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \text{c) } A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}.$$