

Zestaw zadań 4: pochodne funkcji jednej zmiennej.

1. Obliczyć pochodne następujących funkcji:

a) $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^4 + \frac{13}{5}x^5 - 2x^6$, b) $y = 3x^{\frac{7}{3}} - 4x^{\frac{13}{4}} + \frac{4}{7}x^{-\frac{1}{2}} + 7^{\frac{3}{2}}$,

c) $y = \sqrt{x} - \frac{5}{6}\sqrt{x^3} - 2\sqrt{x^3}$, d) $y = \frac{3}{3x-2}$,

e) $y = \frac{3x^2}{7x^5 - x + 2}$, f) $y = \frac{\sqrt[3]{x}}{1 - \sqrt[3]{x}}$,

g) $y = (4z^2 - 5z + 13)^5$, h) $y = \sqrt{\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 7x + 12}}$,

i) $y = \sin^2 3t$, j) $y = \frac{\sin t + \cos t}{2 \sin 2t}$,

k) $y = x^2 e^{2x} \sin x$, l) $y = \frac{3 \cos^2 x}{\sin^3 x}$,

m) $y = \operatorname{arctg} 3x$, n) $y = \arcsin \frac{1}{t}$,

o) $y = e^{\sin x}$, p) $y = \ln \sqrt{\frac{1+t}{1-t}}$,

q) $y = (\operatorname{arctg} x)^x$, r) $y = x^{x^x}$.

2. Zbadać przebieg zmienności następujących funkcji:

a) $y = x^3 + x^2 - 16x - 16$, b) $y = \frac{3x-1}{2x+1}$,

c) $y = x + 2\sqrt{-x}$, d) $y = \cos^2 x + 2\sin^2 x$.

3. Dany odcinek a podzielić na takie dwa odcinki, żeby pole prostokąta zbudowanego z tych odcinków było największe.

4. Jeżeli punktowe źródło światła S znajduje się w odległości r od powierzchni oświetlonej D i promień światła tworzą z tą powierzchnią kąt α , to ilość światła padającego na jednostkę powierzchni jest proporcjonalna do $\frac{\sin \alpha}{r^2}$.

Nad stojącym na podłodze stolikiem należy powiesić lampę. Na jakiej wysokości należy to zrobić, aby na fotelu stojącym w odległości 2 metrów od stolika wygodnie czytało się gazety?