

Zestaw zadań 3: granice i ciągłość funkcji.

1. Obliczyć następujące granice:

$$\begin{aligned} \text{a) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 4}{x + 2}, & \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 1}{x - 2}, & \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2}, & \quad \text{d) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{2x - 6}, \\ \text{e) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 2x + 8}{x^2 - 9x + 20}, & \quad \text{f) } \lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^3 + 125}{2x^5 - 50}, & \quad \text{g) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + 5x - 2}{4x^2 + 9x + 2}, & \quad \text{h) } \lim_{x \rightarrow 25} \frac{\sqrt{x} - 5}{x - 25}. \end{aligned}$$

2. Obliczyć następujące granice:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{4x}, \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{3 \sin 2x}, \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 3x}, \quad \text{d) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{4x}.$$

3. Obliczyć granice lewostronną i prawostronną następujących funkcji:

$$\text{a) } x e^{\frac{1}{x}} \text{ w punkcie } x = 0, \quad \text{b) } \frac{e^x - 1}{\frac{1}{x} + 1} \text{ w punkcie } x = 0, \quad \text{c) } 2^{\frac{1}{x-1}} \text{ w punkcie } x = 1.$$

4. Zbadać ciągłość następujących funkcji:

$$\begin{aligned} \text{a) } f(x) &= \begin{cases} \frac{x^2 - 25}{x + 5}, & \text{gdy } x \neq -5, \\ -10, & \text{gdy } x = -5, \end{cases} & \quad \text{b) } f(x) &= \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & \text{gdy } x \neq 0, \\ 1, & \text{gdy } x = 0, \end{cases} \\ \text{c) } f(x) &= \begin{cases} \frac{\sin x}{|x|}, & \text{gdy } x \neq 0, \\ 1, & \text{gdy } x = 0, \end{cases} & \quad \text{d) } f(x) &= \begin{cases} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x}, & \text{gdy } x \neq 0, \\ 1, & \text{gdy } x = 0. \end{cases} \end{aligned}$$