

1. ZESTAW ZADAŃ 11: FUNKTORY.

- (1) Pokazać, że jeśli A, B, C są zbiorami, to wszystkie bijekcje $A \times B \rightarrow B \times A$ and $(A \times B) \times C \rightarrow A \times (B \times C)$ są naturalne.
- (2) Pokazać, że dla dowolnego unitarnego R -modułu A nad pierścieniem z jedynką R odwzorowanie $\phi : A \rightarrow \text{Hom}(R, A)$ dane przez

$$\phi(a) = \phi_a, a \in A,$$

gdzie $\phi_a : R \rightarrow A$ jest dane wzorem

$$\phi_a(r) = ra$$

jest homomorfizmem naturalnym.

- (3) Niech $S : \mathcal{C} \rightarrow \mathcal{D}$ oraz $T : \mathcal{C} \rightarrow \mathcal{D}$ będą funktorami kowariantnymi i niech $\alpha : S \rightarrow T$ będzie naturalną równoważnością. Pokazać, że istnieje naturalna równoważność $\beta : T \rightarrow S$ taka, że $\beta\alpha = I_S$ oraz $\alpha\beta = I_T$, gdzie $I_S : S \rightarrow S$ jest identycznościową naturalną równoważnością, podobnie dla I_T .

Zadanie domowe: Zadania 1 i 2 rozwiązać na następne zajęcia.