

Zestaw 5: trygonometria.

Zadanie 1. Dany jest trójkąt prostokątny o kątach ostrych α i β , w którym $\sin \alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$. Wyznacz $\cos \beta$.

Zadanie 2. Dana jest liczba $a = \sin 72^\circ$. Zapisz liczbę $1 + \operatorname{tg}^2 72^\circ$ w zależności od a .

Zadanie 3. Oblicz wartość wyrażenia $\frac{2\sin \alpha - 3\cos \alpha}{3\cos \alpha - 5\sin \alpha}$, jeśli wiadomo, że α jest kątem ostrym oraz $\operatorname{tg} \alpha = 3$.

Zadanie 4. Kąty α i β są kątami ostrymi w trójkącie prostokątnym i $\cos \alpha = \frac{2}{5}$. Oblicz $\operatorname{tg} \alpha \cdot \sin \beta$.

Zadanie 5. Dla pewnego kąta ostrego α funkcje trygonometryczne sinus i cosinus mają wartości $\sin \alpha = a - \frac{1}{4}$, $\cos \alpha = a + \frac{1}{4}$. Uzasadnij, że $\operatorname{tg} \alpha = \frac{4 - \sqrt{7}}{3}$.

Zadanie 6. Kąt α jest kątem ostrym oraz $\cos \alpha = \frac{2}{3}$. Wykaż, że średnia arytmetyczna liczb $a = \sin \alpha$, $b = \frac{1}{2}$ oraz $c = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{3}$ jest równa $\frac{\sqrt{5} + 1}{6}$.

Zadanie 7. Wykaż, że jeżeli α i β są kątami ostrymi takimi, że $\sin \alpha = \frac{\sqrt{35}}{6}$ oraz $\operatorname{tg} \beta = \sqrt{35}$, to $\alpha = \beta$.

Zadanie 8. Wykaż, że $\frac{\cos \alpha - \cos 3\alpha}{\sin 3\alpha - \sin \alpha} = \operatorname{tg} 2\alpha$.

Zadanie 9. Sprawdzić, że $\sin 7\alpha \cdot \operatorname{tg} \frac{7}{2}\alpha + \cos 7\alpha = 1$.

Zadanie 10. Udowodnij, że $\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha = 1 - \frac{3}{4}\sin^2 2\alpha$.

Zadanie 11. Pokaż, że $\cos 2\alpha \cos \alpha - \sin 4\alpha \sin \alpha = \cos 3\alpha \cos 2\alpha$.

Zadanie 12. Rozwiąż równanie $\sin \alpha + \cos \alpha = 1$.

Zadanie 13. Rozwiąż równanie $\cos 3\alpha = \cos \alpha$.

Zadanie 14. Rozwiąż równanie $3\sin \alpha = 2\cos^2 \alpha$.

Zadanie 15. Rozwiąż równanie $\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{3} - \alpha \right) - \operatorname{tg} \alpha = 0$.