

Zestaw 4: geometria analityczna.

- Zadanie 1.** Współrzędne wierzchołków A i C rombu $ABCD$ wynoszą, odpowiednio, $(-2, 1)$ oraz $(4, 5)$. Wyznacz równania prostych zawierających przekątne tego rombu.
- Zadanie 2.** Wyznacz współrzędne środka okręgu opisanego na kwadracie, którego jeden z boków jest zawarty w prostej o równaniu $y = 2x - 2$, a punkt $A = (1, 5)$ jest jego wierzchołkiem. Rozważ wszystkie przypadki.
- Zadanie 3.** Dwa boki trójkąta prostokątnego ABC są zawarte w prostych o równaniach $y = 2x - 3$ oraz $y = \frac{1}{4}x - \frac{5}{4}$. Wyznacz równanie prostej, która przechodzi przez punkt $K = (4, -2)$ i zawiera trzeci bok trójkąta ABC . Rozważ wszystkie możliwości.
- Zadanie 4.** Różnica współczynników kierunkowych dwóch prostych jest równa różnicy odwrotności tych współczynników. Uzasadnij, że te proste są prostopadłe albo równoległe.
- Zadanie 5.** Punkty A i B , których pierwsze współrzędne są równe, odpowiednio, -2 i 2 , należą do wykresu funkcji $f(x) = -\frac{8}{x} + 3$. Oblicz współrzędne punktu C , wiedząc, że punkt B jest środkiem odcinka AC .
- Zadanie 6.** Prosta l przecina okrąg o środku S w punktach $A = (1 - \sqrt{2}, -\frac{1}{8})$ i $B = (1 + \sqrt{2}, -\frac{3}{8})$. Punkt S leży na prostej l . Sprawdź, czy punkt S leży na prostej k o równaniu $x - 4y = 0$.
- Zadanie 7.** Dany jest sześciokąt foremny $ABCDEF$, którego środkiem symetrii jest punkt $O = (3, -\sqrt{3})$, a wierzchołek A ma współrzędne $A = (1, -3\sqrt{3})$. Wiadomo, że punkt $P = (4, -2\sqrt{3})$ jest środkiem odcinka BO . Oblicz współrzędne pozostałych wierzchołków tego sześciokąta.
- Zadanie 8.** Punkt $M = (2, 1)$ jest środkiem boku AB , a punkt $N = (8, 3)$ to środek boku BC kwadratu $ABCD$. Oblicz długość boku kwadratu $ABCD$.
- Zadanie 9.** Trójkąt o wierzchołkach $A = (-6, 0)$, $B = (6, 4)$ i $C = (-3, -8)$ przekształcono przez symetrię środkową względem początku układu współrzędnych i otrzymano trójkąt $A_1B_1C_1$. Oblicz sumę kątów wewnętrznych wielokąta, który jest częścią wspólną trójkąta ABC i jego obrazu, tj. trójkąta ABC .
- Zadanie 10.** Prosta $y = 0$ jest osią symetrii figury złożonej z dwóch prostych o równaniach $y = (p + 2)x - q$ i $y = (q - 5)x + 2p$. Wyznacz p i q . Narysuj te proste w układzie współrzędnych.
- Zadanie 11.** Dany jest trapez równoramienny $ABCD$, niebędący równoległobokiem, w którym $AB \parallel CD$ oraz $A = (-9, 7)$, $B = (3, 1)$, $D = (-3, 10)$. Trapez $A_1B_1C_1D_1$ jest obrazem trapezu $ABCD$ w symetrii środkowej względem początku układu współrzędnych. Wyznacz współrzędne wierzchołków trapezu $A_1B_1C_1D_1$ oraz równanie osi symetrii tego trapezu.
- Zadanie 12.** Punkt P leży wewnątrz trójkąta o wierzchołkach $A = (6, 0)$, $B = (0, 4)$, $C = (0, 0)$. Oznaczmy przez P_{AC} obraz punktu P w symetrii osiowej względem prostej AC , a przez P_{BC} obraz punktu P w symetrii osiowej względem prostej BC . Uzasadnij, że punkty P_{AC} , C i P_{BC} leżą na tej samej prostej.
- Zadanie 13.** Dana jest prosta o równaniu $y = -\frac{1}{2}x + b$, gdzie $b > 0$ przecina oś Oy w punkcie A , zaś oś Ox w punkcie B . Pole trójkąta AOB wyznaczonego przez tę prostą i osie układu współrzędnych jest równe 16. Oblicz współrzędne środka okręgu opisanego na trójkącie AOB .
- Zadanie 14.** Punkty $A = (7, 6)$ i $B = (1, -2)$ są wierzchołkami trójkąta równobocznego ABC . Ile wynosi promień koła opisanego na tym trójkącie?
- Zadanie 15.** Punkt $A = (2, 7)$ jest wierzchołkiem kwadratu $ABCD$, a punkt $S = (6, 5)$ jest środkiem okręgu opisanego na tym kwadracie.