

Zestaw 1: teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryka.

- Zadanie 1.** Rzucono 100 razy sześcienną kostką do gry. Średnia arytmetyczna liczb oczek w pierwszych 40 rzutach była równa 3,75, a średnia arytmetyczna liczb oczek w kolejnych 60 rzutach była równa 4,25. Ile wyniesie średnia arytmetyczna liczb oczek w 100 rzutach?
- Zadanie 2.** Zestaw danych $x_1, x_2, \dots, x_n$ ma średnią arytmetyczną a i odchylenie standardowe s . Wykaż, że zestaw danych $\frac{x_1 - a}{s}, \frac{x_2 - a}{s}, \dots, \frac{x_n - a}{s}$ ma średnią arytmetyczną 0.
- Zadanie 3.** Adam otrzymał z trzech kolejnych klasówek następujące oceny: 6, 4, 4. Oblicz, jaką ocenę otrzymał Adam z czwartej klasówki, jeżeli odchylenie standardowe otrzymanych ocen jest równe $\sqrt{\frac{11}{16}}$.
- Zadanie 4.** Ile jest wszystkich par (a, b) takich, że $a \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ i $b \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ oraz suma $a + b$ jest podzielna przez 3?
- Zadanie 5.** Ile jest liczb ze zbioru $Z = \{1, 2, 3, \dots, 36\}$, których nie można uzyskać jako iloczynu dwóch (niekoniecznie różnych) liczb ze zbioru $\{1, 2, 3, \dots, 6\}$?
- Zadanie 6.** Ile jest liczb naturalnych trzycyfrowych, w zapisie których każda cyfra występuje co najwyżej raz oraz suma cyfry setek i cyfry jedności jest równa 4?
- Zadanie 7.** Ile jest wszystkich trzycyfrowych liczb naturalnych, w zapisie których każda cyfra jest inna, żadna nie jest zerem oraz jedną z cyfr jest dziewiątka?
- Zadanie 8.** Wszystkie losy loterii fantowej zostały ponumerowane kolejno od numeru 10000 do numeru 99999. Te losy, którym nadano numery o sumie cyfr równej trzy, są wygrywające, pozostałe losy są przegrywające. Na tej loterii będziemy losować jeden los. Oblicz prawdopodobieństwo wyciągnięcia losu przegrywającego.
- Zadanie 9.** Spośród wierzchołków sześcianu wybieramy losowo dwa różne wierzchołki. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania wierzchołków, które są końcami tej samej przekątnej ściany sześcianu.
- Zadanie 10.** Ze zbioru wszystkich krawędzi (krawędzi bocznych i krawędzi podstawy) ostrosłupa prawidłowego pięciokątnego losujemy jedną krawędź, a następnie z pozostałych krawędzi losujemy drugą. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że wylosowane krawędzie będą miały wspólny wierzchołek.
- Zadanie 11.** Winda rusza z 7 pasażerami i zatrzymuje się na 10 piętrach. Jakie jest prawdopodobieństwo, że żadnych dwóch pasażerów nie opuści windy na tym samym piętrze?
- Zadanie 12.** Królowa Śniegu obiecała zdjąć czar z Kaja, jeżeli z klocków, na których namalowane są literki A, J, Ń, P, R, Y, Z, Ż, uda mu się losowo ułożyć słowo PRZY-JAŻŃ. Jakie jest prawdopodobieństwo, że Kaj zostanie odczarowany bez pomocy Gerdy?
- Zadanie 13.** Grupa maturzystów składa się z 30 osób. Obliczyć prawdopodobieństwo, że żadnych dwóch uczniów nie obchodzi urodzin tego samego dnia (zakładamy, że liczba dni w roku równa jest 365).
- Zadanie 14.** W jakiej loterii mamy większe prawdopodobieństwo wygranej: w loterii zawierającej n losów, z których jeden wygrywa, czy w loterii zawierających $2n$ losów, z których dwa wygrywają, jeżeli (a) kupujemy jeden los oraz (b) kupujemy dwa losy?
- Zadanie 15.** Dwudziestoosobowa grupa uczniów, w której jest 6 dziewcząt, ma do rozlosowania 5 biletów do kina. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wśród szczęśliwych posiadaczy biletów znajdą się 3 dziewcząt?