

## 1.1. Zadania.

**Ćwiczenie 1.1.** Udowodnij, że współrzędne barycentryczne punktu  $x$  są funkcjami ciągłymi zmiennej  $x$ .

**Ćwiczenie 1.2.** Udowodnij, że  $n$ -sympleks  $\sigma$  generowany przez punkty  $a_0, a_1, \dots, a_n$  jest sumą mnogościową odcinków łączących punkt  $a_0$  z punktami  $(n - 1)$ -sympleksu  $\tau$  generowanego przez punkty  $a_1, a_2, \dots, a_n$ . Udowodnij też, że dowolne dwa takie odcinki przecinają się tylko w punkcie  $a_0$ .

**Ćwiczenie 1.3.** Udowodnij, że  $n$ -sympleks  $\sigma$  generowany przez punkty  $a_0, a_1, \dots, a_n$  jest zbiorem zwartym i wypukłym, który równy jest przecięciu wszystkich zbiorów wypukłych zawierających punkty  $a_0, a_1, \dots, a_n$ .

**Ćwiczenie 1.4.** Udowodnij, że dla danego  $n$ -sympleksu  $\sigma$  istnieje dokładnie jeden zbiór punktów geometrycznie niezależnych  $a_0, a_1, \dots, a_n$  generujących  $\sigma$ .

**Ćwiczenie 1.5.** Udowodnij, że dla danego  $n$ -sympleksu  $\sigma$  generowanego przez  $a_0, a_1, \dots, a_n$  zbiór  $\text{Int } \sigma$  jest wypukły i otwarty w płaszczyźnie  $P$  generowanej przez wierzchołki  $\sigma$ , zaś jego domknięciem jest  $\sigma$ . Udowodnij też, że  $\text{Int } \sigma$  jest sumą mnogościową wszystkich otwartych odcinków łączących  $a_0$  z punktami zbioru  $\text{Int } s$ , gdzie  $s$  jest ścianą  $\sigma$  leżącą naprzeciw  $a_0$ .

**Ćwiczenie 1.6.** Udowodnij, że dla danego  $n$ -sympleksu  $\sigma$  generowanego przez punkty  $a_0, a_1, \dots, a_n$  i dla ściany  $s$  generowanej przez wierzchołki  $a_0, a_1, \dots, a_p$ , gdzie  $p < n$ , oraz ściany  $t$  generowanej przez wierzchołki  $a_{p+1}, a_{p+2}, \dots, a_n$  (którą będziemy nazywać ścianą leżącą **naprzeciw**  $s$ ):

1.  $\sigma$  jest sumą mnogościową odcinków łączących punkty ściany  $s$  z punktami ściany  $t$  i każde dwa takie odcinki przecinają się w co najwyżej jednym punkcie;
2.  $\text{Int } \sigma$  jest sumą mnogościową otwartych odcinków łączących punkty  $\text{Int } s$  z punktami  $\text{Int } t$ .

**Ćwiczenie 1.7.** Zbiór  $U \subset \mathbb{R}^N$  nazywamy **gwiazdźście wypukłym** względem punktu 0, jeżeli dla każdego punktu  $x \in U$  odcinek łączący 0 z punktem  $x$  jest zawarty w  $U$ . Udowodnij, że jeżeli  $U$  jest zbiorem gwiazdźście wypukłym względem 0, to promień wychodzący z 0 może przeciąć  $\text{Bd } U$  w więcej niż jednym punkcie oraz że  $\bar{U}$  nie musi być homeomorficzne z  $B^N$ .