

### Zadanie domowe 3

Po wstępnej rozgrzewce z programowania w SML-u i kilku prostych ćwiczeniach dotyczących indukcji, pora na trochę bardziej ambitny projekt. Celem dzisiejszego zadania domowego będzie zaimplementowanie semantyki operacyjnej wywołania według wartości rachunku  $\lambda$ . Głównym zamierzeniem nie będzie wszakże sama implementacja, ale raczej nabycie umiejętności **interpretowania reguł wnioskowania jako algorytmów**, co jest z kolei bezwzględnie konieczną umiejętnością potrzebną w implementowaniu języków programowania. Innymi słowy mając dany system reguł wnioskowania będziemy chcieli wyekstrahować z nich algorytm odpowiadający regułom – właśnie w tym ma nam pomóc niniejsze zadanie.

Rozważmy następujące trzy reguły redukcyjne dla osądu redukcyjnego  $e \mapsto e'$ :

$$\frac{e_1 \mapsto e'_1}{e_1 e_2 \mapsto e'_1 e_2} Lam \qquad \frac{e_2 \mapsto e'_2}{(\lambda x. e) e_2 \mapsto (\lambda x. e) e'_2} Arg \qquad \frac{}{(\lambda x. e) v \mapsto [v/x]e} App$$

Reguła *Lam* powiada, że jeśli  $e_1$  redukuje się do  $e'_1$  to wówczas  $e_1 e_2$  redukuje się do  $e'_1 e_2$ . Podobnie możemy wytłumaczyć sobie pozostałe dwie reguły. Taka dosłowna interpretacja pozwala nam odpowiedzieć na pytanie czy dana **redukcja** jest poprawna. Konceptyjnie dane wejściowe do danego problemu to osąd redukcyjny  $e \mapsto e'$ , zaś odpowiedź brzmi "tak" wraz z drzewem wnioskowania uzasadniającym redukcję, albo "nie". Tym samym dane wejściowe do problemu składają się z dwóch wyrażeń: wyrażenia  $e$  oraz drugiego wyrażenia  $e'$ , do którego  $e$  może lub nie może się zredukować.

Wszelako podczas implementowania semantyki operacyjnej będziemy przede wszystkim zainteresowani odpowiedzią na pytanie jak zredukować dane **wyrażenie**. W tym wypadku dane wejściowe do problemu to pewne wyrażenie  $e$ , zaś odpowiedź to albo inne wyrażenie  $e'$  wraz z drzewem dowodowym osądu  $e \mapsto w'$ , lub "nie", co oznacza, że nie istnieje wyrażenie do którego  $e$  mogłoby się zredukować. Tym samym musimy interpretować reguły redukcyjne nie dosłownie, ale **algorytmicznie**. W tym szczególnym przypadku, musimy zinterpretować reguły redukcyjne od wniosków do przesłanek, a więc w kierunku od dołu do góry.

Zinterpretujmy zatem reguły redukcyjne algorytmicznie. Jako że danymi wejściowymi do problemu jest wyrażenie, zaś danymi wyjściowymi jest inne wyrażenie lub "nie", zaczniemy od wprowadzenia funkcji **step** o następującej specyfikacji:

- **step** pobiera wyrażenie  $e$ .
- **step**  $e$  zwraca nowe wyrażenie  $e'$  jeśli  $e$  redukuje się do  $e'$ .
- **step**  $e$  zgłasza wyjątek jeśli nie istnieje wyrażenie  $e'$  do którego  $e$  się redukuje.

Spróbujmy przepisać regułę *Lam* z użyciem funkcji **step**. Intuicyjnie regułę *Lam* możemy interpretować jak następuje:

- (1) Rozważmy przypadek, gdy **step** pobiera jako argument wyrażenie  $e_1 e_2$ .
- (2) **step** wywołuje rekursywnie  $e_1$ , ponieważ chce zdecydować do jakiego wyrażenia redukuje się  $e_1$ , o ile w ogóle do jakiegoś.
- (3) Jeśli **step**  $e_1$  zwraca  $e'_1$ , to wówczas zwracamy  $e'_1 e_2$ .
- (4) Jeśli **step**  $e_1$  zgłasza wyjątek, przekazujemy go dalej.

W podobny sposób możemy zinterpretować pozostałe reguły. Celem tej części zadania domowego jest zaimplementowanie funkcji **step** do implementowania reguł redukcyjnych.

Podczas implementacji funkcji **step** będziecie zapewne chcieli wyekstrahować funkcje z definicji indukcyjnych

- $FV(e)$  dla zmiennych wolnych w wyrażeniu  $e$ ,
- $[e'/x]e$  dla podstawiania  $e'$  za  $x$  w  $e$ ,
- $e \equiv_\alpha e'$  dla  $\alpha$ -równoważności pomiędzy  $e$  oraz  $e'$ .

W odróżnieniu od poprzednich zadań domowych, w których podaliśmy *explicite* typy wszystkich funkcji, jakie trzeba było zaimplementować, w niniejszym zadaniu nie podamy specyfikacji funkcji do zaimplementowania – podamy tylko ich definicje indukcyjne, które można znaleźć w notatkach do wykładu. Interesuje nas tylko poprawność działania funkcji **step** i nic ponadto. Przykładowo, jeśli uznacie, że w implementacji funkcji **step** nie jest Wam potrzebna funkcja  $\alpha$ -równoważności, możecie ją pominąć.

Główna motywacja skłaniająca do tego diabolicznego zabiegu to zamiar nauczania Was najważniejszych zasad w projektowaniu oprogramowania, a mianowicie zwrócenie Waszej uwagi w kierunku designu i specyfikacji. Jak już wkrótce sami się przekonacie, większość pracy inżyniera informatyka polega na wymyśleniu "co zaimplementować", nie zaś "jak zaimplementować" – to ostatnie jest zadaniem dla programistów. Tym samym najważniejsza rada mająca pomóc Wam w dzisiejszym zadaniu jest następująca: **solidnie się zastanówcie zanim zaczniecie cokolwiek wklepywać do komputera**. W istocie nie musicie nawet uruchamiać komputerów, zanim "na kartce" nie rozpiszecie sobie dokładnie tego, jakie funkcje trzeba zaimplementować, o jakich typach, jakich niezmiennikach itd.

## 1. INSTRUKCJA PROGRAMOWANIA

Ściągnijcie ze strony kursu archiwum .zip z plikami do zadania:

[http://www.math.us.edu.pl/~pgladki/teaching/2013-2014/log\\_lab3.zip](http://www.math.us.edu.pl/~pgladki/teaching/2013-2014/log_lab3.zip)

a następnie rozpakujcie je do Waszego katalogu roboczego. Zobaczycie całe mnóstwo plików w głównym katalogu oraz podkatalog **parsing**, do którego nie musicie zaglądać (chyba, że z ciekawości).

Na początek zapoznajcie się ze strukturą **Uml** w **uml.sml** o sygnaturze **UML**. **UML** jest skrótem od **Untyped ML**, a Waszym zadaniem będzie implementowanie interpretera **UML**-a, jak będziemy w tym zadaniu nazywać rachunek  $\lambda$  (ściślej: beztypowy (*untyped*) rachunek  $\lambda$ , czyli ten, który na razie poznaliśmy na wykładach, w odróżnieniu od rachunku  $\lambda$  z typami prostymi, o którym będziemy się uczyć już za chwilę).

```
structure Uml : UML =
struct
  type var = string
  datatype exp =
    Var of var
  | Lam of var * exp
  | App of exp * exp
end
```

Datotyp **exp** odpowiada kategorii syntaktycznej **expression** w notatkach z wykładu:

- **Var**  $x$  oznacza zmienną  $x$  jako wyrażenie w **UML**.
- **Lam**  $(x, e)$  oznacza  $\lambda$ -abstrakcję  $\lambda x.e$  w **UML**.
- **App**  $(e_1, e_2)$  oznacza aplikację  $e_1 e_2$  w **UML**.

Następnie przyjrzyjcie się **eval-sig.sml** oraz **eval.sml**. Celem niniejszego zadania jest zaimplementowanie funkcji **step**:

```
(*redukcja jesdnego kroku, zgłasza Stuck gdy redukcja jest niemożliwa*)
val set : Uml.exp -> Uml.exp
```

Innymi słowy **step** bierze wyrażenie  $e$  typu **Uml.exp** i zwraca nowe wyrażenie  $e'$  do którego redukuje się  $e$ ; jeśli nie istnieje takie wyrażenie  $e'$ , funkcja zgłasza wyjątek **Stuck**. Redukcja wykorzystuje strategię wywołania według wartości (a nie wywołania według nazwy).

Celem przetestowania Waszego kodu będziecie chcieli wykorzystać funkcje w strukturze **Loop** w **loop.sml** (nie musicie szczegółowo analizować plików **loop-sig.sml** oraz **loop.sml**). Zanim zaczniecie, upewnijcie się, że zainstalowana przez Was wersja **SML**-a pozwala na włączenie trybu wartościowania w **SML**-u

dla leniwych (używanej przez parser). W linii komend wpiszcie po prostu `Control.lazysml := true;` celem włączenia trybu wartościowania dla leniwych; w przeciwnym razie otrzymacie potem wiadomość taką jak `syntax error: replacing ID with LAZY:`

```
- Control.lazysml := true;
[autoloading]
[library $smlnj/compiler/current.cm is stable]
[library $smlnj/compiler/x86.cm is stable]
[library $smlnj/viscomp/core.cm is stable]
...
[library $SMLNJ-MLRISC/Control.cm is stable]
[library $controls-lib.cm(=$SMLNJ-LIB/Controls)/controls-lib.cm is stable]
[library $smlnj/smlnj-lib/controls-lib.cm is stable]
[autoloading done]
val it = () : unit
-
```

Następnie skompilujcie pliki źródłowe za pomocą Compile Managera:

```
- CM.make "sources.cm";
...
[compiling (sources.cm):loop.sml]
[code: 3613, data: 73, env: 166 bytes]
[New bindings added.]
val it = true : bool
-
```

Prawdopodobnie napotkacie na kilka ostrzeżeń, które wszakże będziecie mogli zignorować. Następnie otwórzcie strukturę `Loop`:

```
- open Loop;
opening Loop
  type action = Uml.exp -> unit
  val show : action
  val eval : action -> action
  val step : action -> action
  val wait : action -> action
  val loop : action -> unit
  val loopFile : string -> action -> unit
-
```

Teraz możecie testować Waszą funkcję `loop` na dwa sposoby. Jeżeli wpiszecie `loop (step (wait show))`; przy linii komend, to będziecie mogli wpisać wyrażenie UML zakończone średnikiem `;`. Wkrótce podamy szczegółowy syntaks UML-a.

```
- loop (step (wait show));
Uml> (lam x. x) (lam y. y);
((lam x. x) (lam y. y))
Press return:
```

```
...
```

Za każdym razem, gdy wciśnięcie klawisz `enter`, pojawi się zredukowane wyrażenie. Możecie też wykorzystać wyrażenie UML przechowywane w osobnym pliku. Do dyspozycji macie trzy pliki: `nat.ml`, `rec.uml` oraz `fib.uml`.

```
- loopFile "nat.uml" (step (wait show));
```

```
...
```

Jeśli chcecie zobaczyć cały ciąg redukcji bez wciskania klawisza enter, użyjcie `step show`:

```
- loopFile "nat.uml" (step show);
```

```
...
```

Jeśli chcecie pominąć wszystkie kroki pośrednie i zobaczyć tylko końcowy rezultat, użyjcie `eval show`:

```
- loopFile "nat.uml" (eval show);
```

```
...
```

Pamiętajcie o tym, że jeżeli dokonacie zmian w Waszej funkcji `eval`, przed ponownym użyciem będziecie musieli uruchomić Compile Managera i otworzyć ponownie strukturę Loop. W przeciwnym razie będziecie dalej używać starej wersji funkcji `step`.

```
- CM.make "sources.cm";
```

```
...
```

```
- open Loop;
```

```
opening Loop
```

```
...
```

## 2. SYNTAKS UML

Syntaks UML do złudzenia przypomina syntaks rachunku  $\lambda$ . Jedyna różnica polega na użyciu słowa kluczowego `lam` zamiast  $\lambda$  oraz słodzika syntaktycznego `let  $x - e$  in  $e'$`  dla  $(\lambda x.e')e$ .

wyrażenie       $e ::= x | \text{lam } x.e | ee | \text{let } x = e \text{ in } e$

Na przykład następujące wyrażenie UML wyznacza liczebnik Churcha dla liczby naturalnej 8 (do znalezienia w `nat.uml`):

```
let one = lam s. lam z. s z in
```

```
let add = lam x. lam y. lam s. lam z. y s (x s z) in
```

```
let two = add one one in
```

```
let four = add two two in
```

```
let eight = add four four in
```

```
eight
```

```
;
```

Gdy uznacie, że zrobiliście już wszystko, co potrafiliście zrobić, wyślijcie plik `eval.sml` emailem do prowadzącego. Termin składania zadania mija 1 stycznia 2014 roku. Proszę pamiętać, aby w polu subject Waszego maila umieścić tag `[aghlog]`. Pod żadnym pozorem nie kompresujcie wysyłanych plików, nie zmieniajcie ich nazw, nie wysyłajcie całego katalogu `lab3` ani nie róbcie żadnej z nieskończonego ciągu nieprzewidywalnych rzeczy, które moglibyście zrobić – po prostu wyślijcie maila z dołączonym plikiem i to wszystko.