

Zadanie domowe 2

Podczas dzisiejszych zajęć zajmiemy się dowodzeniem wybranych własności indukcyjnych systemów osądów za pomocą zasady indukcji reguł. Jest to jedyny projekt w ciągu całego kursu, który rozwiązujemy "na kartce", a który nie jest zadaniem programistycznym: jeżeli jednak chcecie, możecie uczynić Waszą pracę odrobinę "programistyczną" i przesłać Wasze rozwiązania w L^AT_EX-u, wykorzystując tym samym okazję i ucząc się trochę składni T_EX-a. Jako że najłatwiej jest to zrobić metodą prób i błędów, możecie ściągnąć ze strony kursu plik .tex z niniejszym zadaniem:

http://www.math.us.edu.pl/~pgladki/teaching/2013-2014/log_lab2.tex

a następnie uzupełnić w nim brakujące dowody. Prawdopodobnie będziecie chcieli też skorzystać z pakietu *bussproofs* – wówczas będziecie musieli odnaleźć w sieci jego dokumentację i się z nią zaznajomić.

1. ROZGRZEWKA (25 PUNKTÓW)

Rozważmy następujące reguły wnioskowania dla osądów s `mparen` oraz s `lparen`:

$$\frac{}{\epsilon \text{ mparen}} M_{eps} \quad \frac{s \text{ mparen}}{(s) \text{ mparen}} M_{par} \quad \frac{s_1 \text{ mparen } s_2 \text{ mparen}}{s_1 s_2 \text{ mparen}} M_{seq}$$

$$\frac{}{\epsilon \text{ lparen}} L_{eps} \quad \frac{s_1 \text{ lparen } s_2 \text{ lparen}}{(s_1) s_2 \text{ mparen}} L_{seq}$$

Jako zadanie rozgrzewkowe, udowodnijcie następujące twierdzenie:

Twierdzenie 1. *Jeśli s `lparen` to s `mparen`.*

Zapiszcie Wasz dowód dokładnie tak, jak zapisywaliśmy dowody przykładów na wykładzie!

2. TRENING WŁAŚCIWY – NIE MA LIPY!

Rozważmy jeszcze jedną definicję indukcyjną ciągów odpowiadających nawiasów, dla której będziemy używać osądu s `tparen`:

$$\frac{}{\epsilon \text{ tparen}} T_{eps} \quad \frac{s_1 \text{ tparen } s_2 \text{ tparen}}{s_1(s_2) \text{ tparen}} T_{seq}$$

Udowodnijcie następujący lemat (25 punktów):

Lemat 1. *Jeśli s `tparen` oraz s' `tparen` to wówczas ss' `tparen`.*

Następnie użyjcie powyższy lemat w dowodzie następującego twierdzenia (10 punktów):

Twierdzenie 2. *Jeśli s `lparen` to s `tparen`.*

Następnie udowodnijcie to samo twierdzenie z użyciem zasady indukcji reguł względem osądu s `lparen` (40 punktów). Możecie to zrobić bezpośrednio, możecie też naśladować powyższe rozumowanie i najpierw zapisać i udowodnić odpowiedni lemat, a następnie przeprowadzić dowód twierdzenia.