

Zadanie domowe 3

Termin: 22 listopada 2013

- (1) Pokazać, że jeśli podgrupa cykliczna H grupy G jest normalna w G , to każda podgrupa grupy H jest normalna w G .
- (2) Wskazać grupy K, H, G takie, że $K \triangleleft H \triangleleft G$, ale K nie jest podgrupą normalną w G .
- (3) Pokazać, że jeśli element a grupy G ma dokładnie dwa elementy sprzężone w G , to podgrupa H generowana przez te dwa elementy jest właściwą podgrupą normalną w G .
- (4) Pokazać, że jeśli H jest podgrupą grupy G i dla każdych $a, b \in G$ istnieje element $c \in G$ taki, że $aH \cdot bH = cH$, to H jest podgrupą normalną w G .
- (5) Niech G będzie grupą skończoną, niech $H \triangleleft G$. Niech ponadto $|H| = n$, $(G : H) = j$ oraz $NWD(n, j) = 1$. Dowieść, że H jest jedyną podgrupą rzędu n w grupie G .