

Zestaw zadań 9: specjalne typy elementów pierścienia.

- (1) Wykazać, że :
 - (a) w pierścieniu skończonym każdy element nieodwracalny jest dzielnikiem zera,
 - (b) każdy skończony pierścień całkowity jest ciałem,
 - (c) podpierścień pierścienia całkowitego jest pierścieniem całkowitym.
- (2) Wykazać, że : $\mathcal{U}(\mathbb{Z}_n) = \{k \in \mathbb{Z}_n : \text{NWD}(k, n) = 1\}$, $\mathcal{D}(\mathbb{Z}_n) = \{k \in \mathbb{Z}_n : \text{NWD}(k, n) > 1\}$.
- (3) Wyznaczyć elementy odwracalne i dzielniki zera w pierścieniu:
 - (a) $\mathbb{Z}$,
 - (b) $\mathbb{Z}[i]$,
 - (c) $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$,
 - (d) $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$,
 - (e) $\mathbb{Z}_6$,
 - (f) $\mathbb{Z}_{16}$,
 - (g) $\mathbb{R}^{\mathbb{R}}$,
 - (h) $(\mathcal{P}(X), \Delta, \cap)$,
 - (i) $\mathbb{R} \times \mathbb{Z}$.