

Kolokwium 1 – grupa 1.

(1) Rozwiązać równanie $z^2 + 3z + 3 + i = 0$.

(2) Rozwiązać nad ciałem $\mathbb{Z}_{11}$ układ równań
$$\begin{cases} x + 2y + 3z + 9t + w = 4 \\ 3x + 6y + 5z + 7t + 3w = 5 \\ x + 2y + 7z + 7t + w = 11 \\ 2x + 4y + 2z + 8t + 3w = 6 \end{cases}$$

(3) Obliczyć wyznacznik macierzy
$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 2 \end{bmatrix}$$
 stopnia n nad ciałem liczb rzeczywistych.

(4) Obliczyć macierz odwrotną do macierzy
$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

(5) Udowodnić, że zbiór $U = \{[x, y, z, t] : x + y - z = 0, 2x + y - t = 0\}$ jest podprzestrzenią przestrzeni liniowej $\mathbb{R}^4$.

Kolokwium 1 – grupa 2.

(1) Rozwiązać równanie $z^2 + (1 + 4i)z - (5 + i) = 0$.

(2) Rozwiązać nad ciałem $\mathbb{Z}_{13}$ układ równań
$$\begin{cases} x + 2y + 3z + 9t + w = 4 \\ 3x + 6y + 5z + 7t + 3w = 5 \\ x + 2y + 7z + 7t + w = 11 \\ 2x + 4y + 2z + 8t + 3w = 6 \end{cases}$$

(3) Obliczyć wyznacznik macierzy
$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 2 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 3 \end{bmatrix}$$
 stopnia n nad ciałem liczb rzeczywistych.

(4) Obliczyć macierz odwrotną do macierzy
$$\begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

(5) Udowodnić, że zbiór $U = \{[x, y, z, t] : 2x + 3y - 4z = 0, x + y - 5t = 0\}$ jest podprzestrzenią przestrzeni liniowej $\mathbb{R}^4$.

Kolokwium 1 – grupa 3.

(1) Rozwiązać równanie $z^2 + (1 + i)z + 2i = 0$.

(2) Rozwiązać nad ciałem $\mathbb{Z}_{17}$ układ równań
$$\begin{cases} x + 2y + 3z + 9t + w = 4 \\ 3x + 6y + 5z + 7t + 3w = 5 \\ x + 2y + 7z + 7t + w = 11 \\ 2x + 4y + 2z + 8t + 3w = 6 \end{cases}$$

(3) Obliczyć wyznacznik macierzy
$$\begin{bmatrix} a & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a & \cdots & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & a & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & a \end{bmatrix}$$
 stopnia n nad ciałem liczb rzeczywistych.

(4) Obliczyć macierz odwrotną do macierzy
$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

(5) Załóżmy, że U jest podprzestrzenią liniową przestrzeni V nad ciałem K , $\alpha, \beta \in V$. Udowodnić że jeśli $\alpha + \beta \in U$ oraz $\alpha \in U$, to również $\beta \in U$.

Kolokwium 1 – grupa 4.

(1) Rozwiązać równanie $(4 - 3i)z^2 - (2 + 11i)z - (5 + i) = 0$.

(2) Rozwiązać nad ciałem $\mathbb{Z}_{19}$ układ równań
$$\begin{cases} x + 2y + 3z + 9t + w = 4 \\ 3x + 6y + 5z + 7t + 3w = 5 \\ x + 2y + 7z + 7t + w = 11 \\ 2x + 4y + 2z + 8t + 3w = 6 \end{cases}$$

(3) Obliczyć wyznacznik macierzy
$$\begin{bmatrix} 1 & n & n & \cdots & n & n \\ n & 2 & n & \cdots & n & n \\ n & n & 3 & \cdots & n & n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ n & n & n & \cdots & n-1 & n \\ n & n & n & \cdots & n & n \end{bmatrix}$$
 stopnia n nad ciałem liczb rzeczywistych.

(4) Obliczyć macierz odwrotną do macierzy
$$\begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

(5) Załóżmy, że U jest podprzestrzenią liniową przestrzeni V nad ciałem K , $\alpha \in V$ oraz $x \in K$. Udowodnić że jeśli $x\alpha \in U$ oraz $x \neq 0$, to również $\alpha \in U$.