ZADANIE 6.42. Mechanizm przegubowy $PQRST$, gdzie $QR=RS=a=3$ m, ustawiony w płaszczyźnie pionowej, porusza się w taki sposób, że przeguby $Q$ i $S$ poruszają się po linii poziomej w kierunku środka $O$, nad którym wznosi się przegub $R$ (rys. 6.8), przy czym kąt nachylenia $\theta$ pręta $QR$ do linii poziomej $QS$ rośnie ze stałą prędkością $d\theta/dt=4{,}5$ radiana. W przegubie $R$ zawieszony jest pewien ciężar. Znaleźć prędkość wznoszenia się przegubu $R$ i obliczyć ją dla momentu, gdy $\theta=\frac{1}{3}\pi$.

Rozwiązanie. Zacznijmy rachubę czasu $t$ od momentu, gdy $\theta=0$. Wówczas będziemy mieli $\theta=4{,}5t$. Niechaj w momencie $t$ wysokość punktu $R$ wynosi $y$. Mamy $y=a\sin\theta$. Chcemy znaleźć prędkość $dy/dt$; obliczymy ją według wzoru

$$\frac{dy}{dt}=\frac{dy}{d\theta}\,\frac{d\theta}{dt}.$$

Ponieważ $dy/d\theta=a\cos\theta=3\cos\theta$, $d\theta/dt=4{,}5$, więc

$$\frac{dy}{dt}=13{,}5\cos\theta.$$

W chwili gdy $\theta=\frac{1}{3}\pi$, prędkość wznoszenia się punktu $R$ wynosi 6,75 m/s.

ZADANIE 6.43. Zmierzono promień $r$ kuli i obliczono jej objętość $V$. Z jakim błędem została wyznaczona objętość kuli, jeśli błąd pomiaru promienia wynosi $\Delta r$?

Rozwiązanie. Wiemy że objętość kuli o promieniu $r$ wynosi

$$V=\tfrac{4}{3}\pi r^3.$$

Błąd $\Delta V$ objętości $V$ obliczony według wzoru przybliżonego $\Delta V=\dfrac{dV}{dr}\Delta r$ wynosi

$$\Delta V=4\pi r^2\Delta r.$$

Błąd obliczenia objętości kuli wskutek przyrostu promienia $r$ o odcinek $\Delta r$ można interpretować jako objętość cienkiej warstwy o grubości $\Delta r$, pokrywającej całą powierzchnię kuli (podobnie można dać interpretację w przypadku, gdy $\Delta r<0$).

ZADANIE 6.44. Pomiary blaszanego pudełka o kształcie cylindrycznym wykazały, że wysokość pudełka $h$ i średnica dna $2r$ mają po 30,0 mm. Pomiary te były wykonane z dokładnością 0,5%. Obliczyć błąd względny objętości pudełka.

Rozwiązanie. Objętość pudełka wynosi $V=\pi r^2h$. Przyjmując $h=2r$ otrzymujemy $V=2\pi r^3$. Błędowi $\Delta r$ pomiaru promienia $r$ odpowiada błąd $\Delta V$ objętości, który obliczamy według wzoru przybliżonego:

$$\Delta V=6\pi r^2\Delta r.$$

Aby obliczyć błąd względny, dzielimy obie strony wzoru przez $V=2\pi r^3$ i otrzymujemy

$$\frac{\Delta V}{V}=\frac{6\pi r^2\Delta r}{2\pi r^3}=3\frac{\Delta r}{r}.$$

A ponieważ $\dfrac{\Delta r}{r}=0{,}5\%$, więc $\dfrac{\Delta V}{V}=1{,}5\%$.



Uwaga. W rozwiązaniu zadania nie występuje wynik pomiaru $2r=30{,}0$ mm. To oznacza, że jeżeli wszystkie wymiary liniowe pudełka zmierzymy z błędem względnym $\alpha$, to będziemy mieli objętość z błędem względnym $3\alpha$ (gdzie $\alpha$ jest liczbą dostatecznie małą).

## Zadania

Obliczyć pochodne następujących funkcji (zad. 6.45 - 6.200):

**6.45.** $y=\frac{1}{3}x^3-\frac{3}{2}x^4+\frac{13}{5}x^5-2x^6$.

**6.46.** $y=5x^{15}-x^2+\frac{1}{3}x-2$.

**6.47.** $y=ax^3+\dfrac{b}{x}+c$.

**6.48.** $y=\dfrac{4}{x^3}$.

**6.49.** $y=9x^7+3x^{-5}-3x^{-11}$.

**6.50.** $y=3x^{7/3}-4x^{13/4}+\frac{4}{7}x^{-1/2}+7^{3/2}$.

**6.51.** $y=\sqrt[5]{x^2}$.

**6.52.** $y=5\sqrt[3]{x^7}$.

**6.53.** $y=3\sqrt[3]{x}-x^3+\frac{2}{3}\sqrt[4]{x^3}$.

**6.54.** $y=\sqrt{x}-\frac{5}{6}\sqrt[5]{x^3}-2\sqrt{x^3}$.

**6.55.** $y=\dfrac{2}{\sqrt[3]{x^2}}-\sqrt[3]{x}$.

**6.56.** $y=\dfrac{5}{\sqrt[7]{x}}-2x^7+\dfrac{3}{2\sqrt{x}}$.

**6.57.** $x=t^3\sqrt{t}$.

**6.58.** $y=\dfrac{2}{x^3\sqrt{x}}$.

**6.59.** $y=(2\sqrt[3]{x^2}-x)(4\sqrt[3]{x^4}+2\sqrt[3]{x^5}+x^2)$.

**6.60.** $y=(4x^2-2x\sqrt{x}+x)(2x+\sqrt{x})$.

**6.61.** $y=\dfrac{3}{3x-2}$.

**6.62.** $y=\dfrac{5}{2x^2-5x+1}$.

**6.63.** $y=\dfrac{3x^2}{7x^5-x+2}$.

**6.64.** $y=\dfrac{8x^3}{x^3+x-1}$.

**6.65.** $y=2\dfrac{x+1}{x-1}$.

**6.66.** $y=\dfrac{5x^2+x-2}{x^2+7}$.

**6.67.** $y=\dfrac{x^2-2x+3}{x^2+2x-3}$.

**6.68.** $y=\dfrac{3}{(1-x^2)(1-2x^3)}$.

**6.69.** $y=\dfrac{\sqrt[3]{x}}{1-\sqrt[3]{x}}$.

**6.70.** $z=\dfrac{1+\sqrt{t}}{1+\sqrt{2t}}$.

**6.71.** $s=(3t+1)^7$.

**6.72.** $v=(4z^2-5z+13)^5$.

**6.73.** $x=\left(\dfrac{1}{t}+4\right)^4$.

**6.74.** $s=\left(7t^2-\dfrac{4}{t}+6\right)^6$.

**6.75.** $y=\sqrt{x^2-4}$.

**6.76.** $z=\sqrt{ax^2+bx+c}$.

**6.77.** $y=\dfrac{1}{\sqrt{2-3t}}$.

**6.78.** $s=\dfrac{1}{\sqrt{6t-t^2}}$.

**6.79.** $y=\dfrac{1}{\sqrt[3]{(2-x^3)^4}}$.

**6.80.** $y=\dfrac{1}{\sqrt[n]{(a+bx)^p}}$.

**6.81.** $y=\dfrac{1}{(b-x^n)^n}$.

**6.82.** $y=\dfrac{1}{\sqrt[4]{(x-1)^3}}$.

**6.83.** $u=\dfrac{1}{v-\sqrt{a^2+v^2}}$.

**6.84.** $y=\dfrac{a-x}{\sqrt{a^2-x^2}}$, $a>0$.

**6.85.** $v=\dfrac{z}{\sqrt{a^2-z^2}}$.

**6.86.** $y=\dfrac{3\sqrt{x}}{x^2+1}$.

**6.87.** $y=\dfrac{x^2}{\sqrt[3]{x^3+1}}$.

**6.88.** $z=\sqrt{\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-7x+12}}$.

**6.89.** $z=\sqrt{\dfrac{a^2-x^2}{a^2+x^2}}$.

**6.90.** $s=\sqrt{\dfrac{1-\sqrt{t}}{1+\sqrt{t}}}$.

**6.91.** $u=\dfrac{\sqrt{1+v}-\sqrt{1-v}}{\sqrt{1+v}+\sqrt{1-v}}$

**6.92.** [illegible]

**6.93.** $v=\cos\dfrac{t}{a}$, $a\neq 0$.

**6.94.** $x=a\sin bt$.

**6.95.** $y=a\sin\dfrac{a}{x}$.

**6.96.** $z=2x+\sin 2x$.

**6.97.** $s=\sin^2 3t$.

**6.98.** $v=4\cos^5\frac{1}{4}t$.

**6.99.** $s=\dfrac{1}{\cos^4 t}$.

**6.100.** $v=\dfrac{5}{\sin^3 2t}$.

**6.101.** $s=\dfrac{\sin t+\cos t}{2\sin 2t}$.

**6.102.** $z=\dfrac{\sin\alpha}{\alpha}+\dfrac{\alpha}{\sin\alpha}$.

**6.103.** $y=\dfrac{x\sin x}{1+\operatorname{tg} x}$.

**6.104.** $y=\dfrac{x}{\sin x+\cos x}$.



**6.105.** $y=\cos x-\frac{1}{3}\cos^3 x$.

**6.106.** $y=\frac{1}{3}\sin^3 x-\frac{2}{5}\sin^5 x+\frac{1}{7}\sin^7 x$.

**6.107.** $y=\operatorname{tg}^4\sqrt{x}$.

**6.108.** $y=3\operatorname{ctg} x+\operatorname{ctg}^3 x$.

**6.109.** $y=e^{ax}(a\sin x-\cos x)$.

**6.110.** $y=x^2e^{2x}\sin x$.

**6.111.** $y=\cos^2\sqrt{\dfrac{1}{x}}$.

**6.112.** $y=2\sin^3\sqrt{\dfrac{3}{x}}$.

**6.113.** $y=\dfrac{\sin^2 x}{\cos^7 x}-\dfrac{2}{5\cos^5 x}$.

**6.114.** $y=\dfrac{3\cos^2 x}{\sin^3 x}$.

**6.115.** $y=\sqrt{\sin x+\sqrt{x+2\sqrt{x}}}$.

**6.116.** $y=\sqrt{1+\operatorname{tg}\left(x+\dfrac{1}{x}\right)}$.

**6.117.** $z=\dfrac{3\operatorname{tg} u-\operatorname{tg}^3 u}{1-3\operatorname{tg}^2 u}$.

**6.118.** $z=\operatorname{tg} u-\operatorname{ctg} u-2u$.

**6.119.** $y=(4\sin x-8\sin^3 x)\cos x$.

**6.120.** $y=\operatorname{arctg} 3x$.

**6.121.** $y=7\operatorname{arctg}\frac{1}{2}x$.

**6.122.** $x=\arcsin(1-t)$.

**6.123.** $x=\arccos\sqrt{1-t^2}$.

**6.124.** $x=\arcsin\sqrt{t^3}$.

**6.125.** $x=\arcsin\dfrac{1}{t}$.

**6.126.** $y=\arcsin x+\arcsin\sqrt{1-x^2}$, $0<x<1$.

**6.127.** $x=\arcsin 2t\sqrt{1-t^2}$.

**6.128.** $y=\operatorname{arctg}(x-\sqrt{x^2+1})$.

**6.129.** $y=\operatorname{arctg}\sqrt{x^2-1}-\dfrac{\ln x}{\sqrt{x^2-1}}$.

**6.130.** $y=x\operatorname{arctg} x-\frac{1}{2}\ln(x^2+1)$.

**6.131.** $y=\frac{1}{5}x^5\operatorname{arctg} x-\frac{1}{20}x^4+\frac{1}{10}x^2-\frac{1}{10}\ln(1+x^2)$.

**6.132.** $y=\arcsin\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}$.

**6.133.** $y=\arccos\sqrt{\dfrac{1-x^2}{1+x^2}}$.

**6.134.** $y=\operatorname{arctg}\sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}}$.

**6.135.** $y=\operatorname{arctg}\dfrac{1+x}{1-x}$, $x\neq 1$.

**6.136.** $y=\operatorname{arctg}\dfrac{x}{1+\sqrt{1+x^2}}$.

**6.137.** $y=\operatorname{arctg}\dfrac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}$.

**6.138.** $y=\dfrac{\operatorname{arctg} 2x}{\operatorname{arcctg} 2x}$.

**6.139.** $z=\sqrt{\dfrac{1-\arcsin y}{1+\arcsin y}}$.

**6.140.** $y=x^3\operatorname{arctg}x^3$.

**6.141.** $z=\dfrac{\arcsin 4y}{1-4y}$.

**6.142.** $y=\dfrac{4}{\sqrt{3}}\operatorname{arctg}\left[\dfrac{1}{\sqrt{3}}\left[2\operatorname{tg}\dfrac{x}{2}+1\right)\right]-x$.

**6.143.** $y=\dfrac{1}{\sqrt{a^2-b^2}}\arcsin\dfrac{a\cos x+b}{a+b\cos x}$.

**6.144.** $y=e^{3x}$.

**6.145.** $y=5e^{\frac{1}{2}x}$.

**6.146.** $y=e^x f(x)$.

**6.147.** $y=3e^{-2x}g(x)$.

**6.148.** $y=e^{\sin x}$.

**6.149.** $y=5e^{\cos x}$.

**6.150.** $y=e^{\cos^2 x}$.

**6.151.** $y=3e^{2\sin^3 x}$.

**6.152.** $z=(v^3-3v^2+6v-6)e^v$.

**6.153.** $z=(10x^2-1)e^{3x}$.

**6.154.** $z=\dfrac{(2x-1)e^x}{2\sqrt{x}}$.

**6.155.** $y=(x+k\sqrt{1-x^2})e^{k\arcsin x}$.

**6.156.** $y=5^x+2^x$.

**6.157.** $y=3^x x^3$.

**6.158.** $y=2\cdot 7^x-1$.

**6.159.** $y=5\cdot 10^{3x}$.

**6.160.** $y=a^{2x}x^n$, $a>0$.

**6.161.** $y=\ln 3x$.

**6.162.** $y=7\cdot 5^{10x}$.

**6.163.** $z=\ln\dfrac{30}{x+3}$.

**6.164.** $y=5\ln 10x$.

**6.165.** $s=\ln(t+\sqrt{t^2+1})$.

**6.166.** $z=3\ln\dfrac{5}{x-2}$.

**6.167.** $s=\ln\sqrt{\dfrac{1+t}{1-t}}$.

**6.168.** $y=2\ln\dfrac{3}{t+\sqrt{t^2-4}}$.

**6.169.** $y=\ln|\ln|x||$.

**6.170.** $y=\ln\left(\dfrac{a+b\operatorname{tg}x}{a-b\operatorname{tg}x}\right)$.

**6.171.** $y=\ln\operatorname{tg}(\frac{1}{4}\pi+\frac{1}{2}x)$, $0<x<\frac{1}{2}\pi$.

**6.172.** $y=\ln(\cos\frac{1}{2}x)^2$.

**6.173.** $y=\ln\sqrt{\dfrac{1+\sin x}{1-\sin x}}$.

**6.174.** $y=15\ln\operatorname{tg}\frac{1}{2}x+\dfrac{\cos x}{\sin^4 x}(8\cos^4 x-25\cos^2 x+15)$.

**6.175.** $y=\ln(\ln(\ln x))$, $x>e$.

**6.176.** $y=\ln\dfrac{\sqrt{x^2+1}-x}{\sqrt{x^2+1}+x}$.



**6.177.** $y=\ln\sin x$.

**6.178.** $y=\ln\dfrac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}$, $0\leqslant x<1$.

**6.179a.** $y=\ln\left(1+\dfrac{a}{x}\right)$.

**6.179b.** $y=\ln(e^{mx}+e^{-mx})$.

**6.180.** $y=\log_x\ln x$. Wskazówka. $y=\dfrac{\ln(\ln x)}{\ln x}$.

**6.181.** $y=\log_x a$. Wskazówka. $\log_x a=\dfrac{\ln a}{\ln x}$.

**6.182.** $y=x^{5x}$, $x>0$.

**6.183.** $y=10x^{-3x}$, $x>0$.

**6.184.** $y=x^{\sin x}$, $x>0$.

**6.185.** $y=3x^{\cos x}$, $x>0$.

**6.186.** $y=\left(\dfrac{a}{x}\right)^x$, $a>0$, $x>0$.

**6.187.** $y=x^{\frac{1}{x}}$, $x>0$.

**6.188.** $y=a^{\ln x}$, $a>0$, $x>0$.

**6.189.** $y=5^{\ln 2x}$, $x>0$.

**6.190.** $y=x^{\frac{1}{\ln x}}$, $x>0$; wyjaśnić wynik.

**6.191.** $y=(\sin x)^{\cos x}$, $0<x<\frac{1}{2}\pi$.

**6.192.** $y=(\operatorname{arctg}x)^x$, $x>0$.

**6.193.** $y=(\operatorname{tg}x)^{\sin x}$, $0<x<\frac{1}{2}\pi$.

**6.194.** $y=(\operatorname{tg}x)^{\frac{1}{\cos x}}$, $0<x<\frac{1}{2}\pi$.

**6.195.** $y=(\cos x)^{\operatorname{ctg}x}$, $0<x<\frac{1}{2}\pi$.

**6.196.** $y=e^{e^x}$.

**6.197.** $y=x^{e^x}$, $x>0$.

**6.198.** $y=x^{x^x}$, $x>0$.

**6.199.** $y=\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x$.

**6.200.** $y=\sqrt[x]{\dfrac{1}{x}}$.

Dane są równania określające ruch punktu; znaleźć prędkość ruchu w danym momencie $t$ (zad. 6.201 - 6.204):

**6.201.** $s=3t^{-\frac{1}{2}}$, $t=\frac{1}{4}$.

**6.202.** $s=10\sqrt{t^3}$, $t=4$.

**6.203.** $s=8\sqrt[3]{2t^5}$, $t=2$.

**6.204.** $s=\sqrt{3t}$, $t=2$.

**6.205.** Obliczyć kąt, który tworzy z osią $Ox$ styczna do linii $y=\sin x$ w początku współrzędnych.

**6.206.** Jaki kąt z osią $Ox$ tworzy linia $y=\operatorname{ctg}x$ w punkcie $x=\frac{1}{2}\pi$?

**6.207.** W jakim punkcie styczna do linii $y=(x-8)/(x+1)$ tworzy z osią $Ox$ kąt równy połowie kąta prostego?

**6.208.** Znaleźć na linii $y=e^x$ punkt, w którym styczna jest równoległa do prostej $x-y+7=0$.

**6.209.** Wykazać, że styczna do hiperboli równoosiowej $xy=C$ ogranicza z osiami współrzędnych trójkąt o stałym polu.

**6.210.** W dowolnym punkcie asteroidy

$$x^{2/3}+y^{2/3}=a^{2/3}$$

poprowadzono do niej styczną. Wykazać, że długość odcinka stycznej zawartego pomiędzy osiami współrzędnych jest stała.

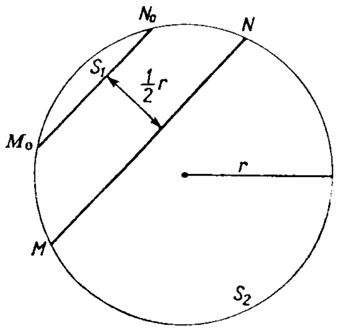
**6.211.** Jaki związek powinien zachodzić pomiędzy współczynnikami równania paraboli $y=x^2+px+q$, żeby ta parabola była styczna do osi odciętych?

**6.212.** Jaki związek powinny spełniać współczynniki $p$ i $q$ w równaniu $y=x^3+px+q$, aby linia przedstawiona tym równaniem (parabola stopnia trzeciego) była styczna do osi $Ox$?

**6.213.** W jakim punkcie krzywej logarytmicznej $y=\ln x$ styczna jest równoległa do prostej $y=2x$?

**6.214.** Pod jakim kątem przecinają się krzywe $y=\sin x$ i $y=\cos x$?

**6.215.** Dwie proste przecinają się pod kątem 60°. Z punktu $O$ ich przecięcia wyruszają dwa ciała. Pierwsze ciało porusza się ruchem jednostajnym z prędkością 5 km/h, drugie porusza się zgodnie z prawem $S=2t^2+t$, gdzie $S$ oznacza drogę w kilometrach, a $t$ czas w godzinach. Określić, z jaką prędkością oddalają się one od siebie w chwili, gdy ciało pierwsze znajduje się w odległości 10 km od punktu $O$.




Rys. 6.9

**6.216.** Dwa boki trójkąta powiększają się jednostajnie z prędkością 4 cm/s i 6 cm/s, natomiast kąt zawarty między nimi zmniejsza się z prędkością $\frac{1}{10}\sqrt{3}\ s^{-1}$. Określić prędkość zmiany pola tego trójkąta w chwili, gdy jego boki i kąt odpowiednio równe są 20 cm, 50 cm i 30°.

6.217. W okręgu o promieniu $r$ cięciwa $MN$ z położenia $M_0N_0$ przesuwa się równolegle ze stałą prędkością $v=2$. Z jaką prędkością zmieniają się pola $S_1$ i $S_2$ dwóch obszarów, na jakie cięciwa $MN$ dzieli okrąg, w chwili gdy znajduje się ona w odległości równej $\frac{1}{2}r$ od położenia początkowego (rys. 6.9).



## § 6.2. POCHODNE WYŻSZYCH RZĘDÓW

*Pochodną rzędu drugiego* lub *drugą pochodną funkcji* $y=f(x)$ nazywamy pochodną pierwszej pochodnej tej funkcji, podobnie, *pochodną rzędu trzeciego* lub *trzecią pochodną funkcji* $y=f(x)$ nazywamy pochodną drugiej pochodnej, itd.

Drugą pochodną funkcji $y=f(x)$ oznaczamy symbolami:

$$y'', \quad f''(x), \quad \frac{d^2y}{dx^2}, \quad \ddot{y}.$$

Rząd pochodnej od czwartego wzwyż oznaczamy arabskimi cyframi, biorąc w nawias, albo rzymskimi znakami bez nawiasów. Tak więc np. piątą pochodną oznaczyć możemy symbolami:

$$y^{(5)}, \quad y^{\mathrm{V}}, \quad f^{(5)}(x), \quad f^{\mathrm{V}}(x), \quad \frac{d^5y}{dx^5}.$$

ZADANIE 6.218. Obliczyć sześć pochodnych wyższych rzędów funkcji

$$y=x^5-2x^4+4x^2-16x+15.$$

Rozwiązanie. Różniczkując otrzymujemy kolejno:

$$y' =5x^4-8x^3+8x-16,$$
$$y'' =20x^3-24x^2+8,$$
$$y''' =60x^2-48x,$$
$$y^{(4)}=120x-48,$$
$$y^{(5)}=120,$$
$$y^{(6)}=0.$$

(6.2.1) *Wszystkie pochodne wielomianu rzędu wyższego niż jego stopień są równe zeru.*

ZADANIE 6.219. Obliczyć pochodną rzędu $n$ funkcji $y=\sin x$.

Rozwiązanie. Mamy kolejno

$$y=\sin x, \quad y'=\cos x, \quad y''=-\sin x, \quad y'''=-\cos x, \quad y^{(4)}=\sin x=y.$$

Dalsze pochodne będą się powtarzały: $y^{(5)}=y'$, $y^{(6)}=y''$ itd.

Zwróćmy uwagę na następujące związki trygonometryczne:

$$y' =\cos x=\sin(x+\tfrac{1}{2}\pi), \qquad y'' =-\sin x=\sin(x+2\cdot\tfrac{1}{2}\pi),$$
$$y'''=-\cos x=\sin(x+3\cdot\tfrac{1}{2}\pi), \qquad y^{(4)}=\sin x=\sin(x+4\cdot\tfrac{1}{2}\pi),$$

gdyż $4\cdot\frac{1}{2}\pi=2\pi$ jest okresem funkcji $\sin x$, zatem wzór ogólny na pochodną rzędu $n$ funkcji $y=\sin x$ ma postać

(6.2.2) $$y^{(n)}=\sin(x+n\cdot\tfrac{1}{2}\pi).$$

## DO ROZDZIAŁU VI

**6.45.** $y'=x^2(1-6x+13x^2-12x^3)$.

**6.46.** $y'=75x^{14}-2x+\frac{1}{3}$.

**6.47.** $y'=3ax^2-\dfrac{b}{x^2}$.

**6.48.** $y'=-\dfrac{12}{x^4}$.

**6.49.** $y'=63x^6-15x^{-6}+33x^{-12}$.

**6.50.** $y'=7x^{4/3}-13x^{9/4}-\dfrac{2}{7}x^{-3/2}$.

**6.51.** $x\neq 0$, $y'=\dfrac{2}{5\sqrt[5]{x^3}}$.

**6.52.** $y'=\dfrac{35}{3}\sqrt[3]{x^4}$.

**6.53.** $x>0$, $y'=\dfrac{1}{\sqrt[3]{x^2}}-3x^2+\dfrac{1}{2\sqrt[4]{x}}$.

**6.54.** $x>0$, $y'=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}-\dfrac{1}{2\sqrt[5]{x^2}}-3\sqrt{x}$.

**6.55.** $x>0$, $y'=\dfrac{-4}{3\sqrt[3]{x^5}}-\dfrac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$.

**6.56.** $x>0$, $y'=\dfrac{-5}{7\sqrt[7]{x^6}}-14x^6-\dfrac{3}{4\sqrt{x^3}}$.

**6.57.** $t>0$, $x'=\dfrac{7}{2}\sqrt{t^5}$.

**6.58.** $x\neq 0$, $y'=\dfrac{-7}{(\sqrt{x})^9}$.

**6.59.** $y'=16x-3x^2$.

**6.60.** $y'=24x^2+\frac{3}{2}\sqrt{x}$.

**6.61.** $x\neq\frac{2}{3}$, $y'=\dfrac{-9}{(3x-2)^2}$.

**6.62.** $2x^2-5x+1\neq 0$, $y'=\dfrac{-20x+25}{(2x^2-5x+1)^2}$.

**6.63.** $7x^5-x+2\neq 0$, $y'=\dfrac{-3x(21x^5+x-4)}{(7x^5-x+2)^2}$.

**6.64.** $x^3+x-1\neq 0$, $y'=\dfrac{8x^2(2x-3)}{(x^3+x-1)^2}$.

**6.65.** $x\neq 1$, $y'=\dfrac{-4}{(x-1)^2}$.

**6.66.** $y'=\dfrac{-x^2+74x+7}{(x^2+7)^2}$.

**6.67.** $x\neq -3$, $x\neq 1$, $y'=\dfrac{4x(x-3)}{(x+3)^2(x-1)^2}$.

**6.68.** $x\neq\pm 1$, $x\neq\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$, $y'=\dfrac{-6x(1+3x-5x^3)}{(1-x^2)^2(1-2x^3)^2}$.

**6.69.** $x>0$, $x\neq 1$, $y'=\dfrac{1}{3\sqrt[3]{x^2}(1-\sqrt[3]{x})^2}$.

**6.70.** $t>0$, $z'=\dfrac{1-\sqrt{2}}{2\sqrt{t}(1+\sqrt{2t})^2}$.

**6.71.** $s'=21(3t+1)^6$.

**6.72.** $v'=5(4z^2-5z+13)^4(8z-5)$.

**6.73.** $t\neq 0$, $x'=\dfrac{-4}{t^2}\left(\dfrac{1}{t}+4\right)^3$.

**6.74.** $t\neq 0$, $s'=6\left(14t+\dfrac{4}{t^2}\right)\left(7t^2-\dfrac{4}{t}+6\right)^5$.



**6.75** $|x|>2$, $y'=\dfrac{x}{\sqrt{x^2-4}}$.

**6.76.** $ax^2+bx+c>0$, $z'=\dfrac{2ax+b}{2\sqrt{ax^2+bx+c}}$.

**6.77.** $t<\frac{2}{3}$, $y'=\frac{3}{2}\cdot\dfrac{1}{(\sqrt{2-3t})^3}$.

**6.78.** $0<t<6$, $s'=\dfrac{t-3}{(\sqrt{6t-t^2})^3}$.

**6.79.** $y'=\dfrac{4x^2}{\sqrt[3]{(2-x^3)^7}}$.

**6.80.** $y'=-\dfrac{p}{n}\cdot\dfrac{b}{\sqrt[n]{(a+bx)^{p+n}}}$.

**6.81.** $y'=\dfrac{pnx^{p-1}}{(b-x^p)^{n+1}}$.

**6.82.** $x>1$, $y'=-\frac{3}{4}\cdot\dfrac{1}{(\sqrt[4]{x-1})^7}$.

**6.83.** $a\neq 0$, $u'=\dfrac{1}{\sqrt{a^2+v^2}(v-\sqrt{a^2+v^2})}$.

**6.84.** $-a<x<a$, $y'=\dfrac{-a}{(a+x)\sqrt{(a+x)(a-x)}}$.

**6.85.** $a^2-z^2>0$, $v'=\dfrac{a^2}{\sqrt{(a^2-z^2)^3}}$.

**6.86.** $x>0$, $y'=\dfrac{3(1-3x^2)}{2\sqrt{x}(x^2+1)^2}$.

**6.87.** $x\neq -1$, $y'=\dfrac{x(x^3+2)}{(\sqrt[3]{x^3+1})^4}$.

**6.88.** $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)>0$, $z'=\dfrac{-2x^2+10x-11}{(x-3)(x-4)\sqrt{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}}$

**6.89.** $x\neq a$, $z'=\dfrac{2a^2x}{(a^2+x^2)\sqrt{a^4-x^4}}$.

**6.90.** $t\neq 1$, $s'=\dfrac{-1}{2(1+\sqrt{t})\sqrt{t(1-t)}}$.

**6.91.** $v\neq\pm 1$, $u'=\dfrac{1-\sqrt{1-v^2}}{v^2\sqrt{1-v^2}}$.

**6.92.** $y'=u'vw+uv'w+uvw'$.

**6.93.** $a\neq 0$, $v'=\dfrac{-1}{a}\sin\dfrac{t}{a}$.

**6.94.** $x'=ab\cos bt$.

**6.95.** $x\neq 0$, $y'=\dfrac{-a^2}{x^2}\cos\dfrac{a}{x}$.

**6.96.** $z'=4\cos^2 x$.

**6.97.** $s'=3\sin 6t$.

**6.98.** $v'=-5\sin\frac{1}{4}t\cos^4\frac{1}{4}t$.

**6.99.** $\cos t\neq 0$, $s'=\dfrac{4\sin t}{\cos^5 t}$.

**6.100.** $\sin 2t\neq 0$, $v'=\dfrac{-30\cos 2t}{\sin^4 2t}$.

**6.101.** $\sin 2t\neq 0$, $s'=\dfrac{\sin^3 t-\cos^3 t}{\sin^2 2t}$.

**6.102.** $\alpha\neq 0$, $\sin\alpha\neq 0$, $z'=(\alpha\cos\alpha-\sin\alpha)\left(\frac{1}{\alpha^2}-\frac{1}{\sin^2\alpha}\right)$.

**6.103.** $\operatorname{tg}x\neq -1$, $y'=\frac{(1+\operatorname{tg}x)(\sin x+x\cos x)-x\sin x\sec^2 x}{(1+\operatorname{tg}x)^2}$.

**6.104.** $\sin 2x\neq -1$, $y'=\frac{\sin x+\cos x+x(\sin x-\cos x)}{1+\sin 2x}$.

**6.105.** $y'=-\sin^3 x$.

**6.106.** $y'=\sin^2 x\cos^5 x$.

**6.107.** $x\neq 0$, $\cos\sqrt{x}\neq 0$, $y'=\frac{2\sin^3\sqrt{x}}{\sqrt{x}\cos^5\sqrt{x}}$.

**6.108.** $\sin x\neq 0$, $y'=\frac{-3}{\sin^4 x}$.

**6.109.** $y'=(a^2+1)e^{ax}\sin x$.

**6.110.** $y'=xe^{2x}(2\sin x+x\cos x+2x\sin x)$.

**6.111.** $x>0$, $y'=\frac{\sin 2\sqrt{\frac{1}{x}}}{2x\sqrt{x}}$.

**6.112.** $x>0$, $y'=-3\sqrt{\frac{3}{x^3}}\sin^2\sqrt{\frac{3}{x}}\cos\sqrt{\frac{3}{x}}$.

**6.113.** $\cos x\neq 0$, $y'=\frac{7\sin^3 x}{\cos^2 x}$.

**6.114.** $\sin x\neq 0$, $y'=-3\frac{\cos x}{\sin^4 x}(2+\cos^2 x)$.

**6.115.** $x>0$, $\sin x\neq 0$, $y'=\frac{1}{2\sqrt{\sin x+\sqrt{x+2\sqrt{x}}}}\left[\text{[illegible]}\frac{\text{[illegible]}}{2\sqrt{x+2\sqrt{x}}}\left(\text{[illegible]}\sqrt{x}\right)\right]$

**6.116.** $x\neq 0$, $\cos\left(x+\frac{1}{x}\right)\neq 0$, $\operatorname{tg}\left(x+\frac{1}{x}\right)>-1$,

$$y'=\frac{x^2-1}{2x^2\cos^2\left(x+\frac{1}{x}\right)\sqrt{1+\operatorname{tg}\left(x+\frac{1}{x}\right)}}.$$

**6.117.** $\cos 3u\neq 0$, $z'=\frac{3}{\cos^2 3u}$.

**6.118.** $z'=\operatorname{tg}^2 u+\operatorname{ctg}^2 u$.

**6.119.** $y'=4\cos 4x$.

**6.120.** $y'=\frac{3}{1+9x^2}$.

**6.121.** $y'=\frac{14}{4+x^2}$.

**6.122.** $0<t<2$, $x'=\frac{-1}{\sqrt{t(2-t)}}$.



**6.123.** $-1<t<1$, $x'=\frac{t}{|t|\sqrt{1-t^2}}$.

**6.124.** $0<t<1$, $x'=\frac{3\sqrt{t}}{2\sqrt{1-t^3}}$.

**6.125.** $|t|>1$, $x'=\frac{-1}{|t|\sqrt{t^2-1}}$.

**6.126.** $y'=0$. Uwaga. W przedziale $0<x<1$ zachodzą następujące równości $\arcsin\sqrt{1-x^2}=\arccos x$ i $\arcsin x+\arccos x=\frac{1}{2}\pi$, a więc w tym przedziale funkcja $y$ jest stała: $y=\frac{1}{2}\pi$.

**6.127.** $-1<t<1$, $x'=\frac{2}{\sqrt{1-t^2}}$.

**6.128.** $y'=\frac{1}{2(x^2+1)}$.

**6.129.** $x>1$, $y'=\frac{x\ln x}{\sqrt{(x^2-1)^2}}$.

**6.130.** $y'=\operatorname{arctg}x$.

**6.131.** $y'=x^4\operatorname{arctg}x+\frac{x^5-x}{5(1+x^2)}+\frac{1}{5}x^3-\frac{1}{5}x$.

**6.132.** $y'=\frac{1}{1+x^2}$.

**6.133.** $-1<x<1$, $y'=\frac{\sqrt{2}}{(1+x^2)\sqrt{1-x^2}}$.

**6.134.** $-1<x<1$, $y'=\frac{-1}{2\sqrt{(1-x)(1+x)}}$.

**6.135.** $y'=\frac{1}{1+x^2}$.

**6.136.** $y'=\frac{1}{2(1+x^2)}$.

**6.137.** $y'=\frac{1}{2(1+x^2)}$.

**6.138.** $\operatorname{arcctg}2x\neq 0$, $y'=\frac{\pi}{(1+4x^2)(\operatorname{arcctg}2x)^2}$.

**6.139.** $\arcsin y\neq\pm 1$, $z'=\frac{\text{[illegible]}}{\sqrt{1-y^2}\,[(\arcsin y)^2-1]}\sqrt{\frac{\text{[illegible]}}{1+\arcsin y}}$.

**6.140.** $y'=3x^2\operatorname{arctg}^3 x+\frac{3x^5}{1+x^6}$.

**6.141.** $y\neq\pm\frac{1}{4}$, $z'=\frac{4}{(1-4y)^2}\left(\sqrt{\frac{1-4y}{1+4y}}+\arcsin 4y\right)$.

**6.142.** $y'=-\frac{\sin x}{2+\sin x}$.

**6.143.** $y'=-\frac{1}{a+b\cos x}$.

**6.144.** $y'=3e^{3x}$.

**6.145.** $y'=\frac{5}{2}e^{\frac{1}{2}x}$.

**6.146.** $y'=e^x(f(x)+f'(x))$.

**6.147.** $y'=3e^{-2x}(-2g(x)+g'(x))$.

**6.148.** $y'=e^{\sin x}\cos x$.

**6.149.** $y'=-5e^{\cos x}\sin x$.

**6.150.** $y'=-e^{\cos^2 x}\sin 2x$.

**6.151.** $y'=18e^{2\sin^3 x}\sin^2 x\cos x$.

**6.152.** $z'=v^3e^v$.

**6.153.** $z'=e^{3x}(30x^2+20x-3)$.

**6.154.** $x>0$, $z'=\dfrac{4x^2+1}{4x\sqrt{x}}e^x$.

**6.155.** $y'=(1+k^2)\,e^{k\arcsin x}$.

**6.156.** $y'=5^x\ln 5+2^x\ln 2$.

**6.157.** $y'=3^x x^2(x\ln 3+3)$.

**6.158.** $y'=2\cdot 7^x\ln 7$.

**6.159.** $y'=15\cdot 10^{3x}\ln 10$.

**6.160.** $a>0$, $y'=a^{2x}x^{n-1}(2x\ln a+n)$.

**6.161.** $x\neq 0$, $y'=\dfrac{1}{x}$.

**6.162.** $y'=70\cdot 5^{10x}\ln 5$.

**6.163.** $x\neq -3$, $z'=\dfrac{-1}{x+3}$.

**6.164.** $x\neq 0$, $y'=\dfrac{5}{x}$.

**6.165.** $s'=\dfrac{1}{\sqrt{t^2+1}}$.

**6.166.** $x\neq 2$, $z'=\dfrac{-3}{x-2}$.

**6.167.** $t\neq \pm 1$, $s'=\dfrac{1}{1-t^2}$.

**6.168.** $t>|2|$, $y'=\dfrac{-2}{\sqrt{t^2-4}}$.

**6.169.** $x\neq 0$, $x\neq 1$, $y'=\dfrac{1}{x\ln|x|}$.

**6.170.** $a^2\cos^2 x\neq b^2\sin^2 x$, $y'=\dfrac{2ab}{a^2\cos^2 x-b^2\sin^2 x}$.

**6.171.** $\cos x\neq 0$, $y'=\dfrac{1}{\cos x}$.

**6.172.** $y'=-\operatorname{tg}\frac{1}{2}x$.

**6.173.** $\cos x\neq 0$, $y'=\dfrac{1}{\cos x}$.

**6.174.** $y'=8\operatorname{ctg}^5 x\cos x$.

**6.175.** $x\neq 0$, $x\neq 1$, $y'=\dfrac{1}{(1-x)\sqrt{x}}$.

**6.176.** $y'=\dfrac{-2}{\sqrt{x^2+1}}$. Wskazówka. Usunąć niewymierność z mianownika.

**6.177.** $y'=\operatorname{ctg} x$.

**6.178.** $x>0$, $x\neq 1$, $y'=\dfrac{1}{(1-x)\sqrt{x}}$.

**6.179.** $y'=-\dfrac{a}{x(a+x)}$.

**6.180.** $y'=\dfrac{1-\ln(\ln x)}{x(\ln x)^2}=\dfrac{1-y\ln x}{x(\ln x)^2}$.

**6.181.** $y'=-\dfrac{\ln a}{x(\ln x)^2}$.

**6.182.** $x>0$, $y'=5x^{5x}(\ln x+1)$.

**6.183.** $x>0$, $y'=-30x^{-3x}(\ln x+1)$.



**6.184.** $x\neq 0$, $y'=x^{\sin x}\left(\dfrac{\sin x}{x}+\cos x\ln x\right)$. **6.185.** $y'=3x^{\cos x}\left(\dfrac{\cos x}{x}-\sin x\ln x\right)$.

**6.186.** $\dfrac{a}{x}>0$, $y'=\left(\dfrac{a}{x}\right)^x\left(\ln\dfrac{a}{x}-1\right)$.

**6.187.** $x>0$, $y'=x^{\frac{1}{x}-2}(1-\ln x)$.

**6.188.** $a>0$, $y'=x^{\ln a-1}\ln a$.

Wskazówka. $a=e^{\ln a}$, $a^{\ln x}=(e^{\ln a})^{\ln x}=(e^{\ln x})^{\ln a}=(x^{\ln a})$.

**6.189.** $y'=5^{\ln 2}\ln 5x^{\ln 5-1}$.

**6.190.** $y'=0$. Uwaga. Pochodna $y'=0$, ponieważ $y=x^{1/\ln x}=(e^{\ln x})^{1/\ln x}=e$.

**6.191.** $\sin x>0$, $y'=(\sin x)^{\cos x}\left(\dfrac{\cos^2 x}{\sin x}-\sin x\ln\sin x\right)$.

**6.192.** $x>0$, $y'=(\operatorname{arctg} x)^x\left(\ln\operatorname{arctg} x+\dfrac{x}{(1+x^2)\operatorname{arctg} x}\right)$.

**6.193.** $\operatorname{tg} x>0$, $y'=(\operatorname{tg} x)^{\sin x}\left(\dfrac{1}{\cos x}+\cos x\ln\operatorname{tg} x\right)$.

**6.194.** $\operatorname{tg} x>0$, $y'=(\operatorname{tg} x)^{\frac{1}{\cos x}}\left(\dfrac{1}{\sin x\cos^2 x}+\dfrac{\sin x}{\cos^2 x}\ln\operatorname{tg} x\right)$.

**6.195.** $\cos x>0$, $\sin x\neq 0$, $y'=-(\cos x)^{\operatorname{ctg} x}\left(\dfrac{\ln\cos x}{\sin^2 x}+1\right)$.

**6.196.** $y'=e^{x+e^x}$.

**6.197.** Jeżeli $x>0$, to $x=e^{\ln x}$, $y=x^{e^x}=(e^{\ln x})^{e^x}=e^{e^x\ln x}$,

$$y'=e^{e^x\ln x}\left(e^x\ln x+e^x\frac{1}{x}\right)=e^{e^x\ln x}e^x\left(\ln x+\frac{1}{x}\right)=e^{x+e^x\ln x}\left(\ln x+\frac{1}{x}\right),$$

albo inaczej:

$$\ln y=e^x\ln x,\ (\ln y)'=\frac{y'}{y}=e^x\left(\ln x+\frac{1}{x}\right),\ y'=ye^x\left(\ln x+\frac{1}{x}\right)=e^{e^x}e^x\left(\ln x+\frac{1}{x}\right).$$

**6.198.** Jeżeli $x>0$, to $x=e^{\ln x}$, $x^x=e^{x\ln x}$, $y=x^{x^x}=e^{e^{x\ln x}\ln x}$,

$$y'=e^{e^{x\ln x}\ln x}(e^{x\ln x}\ln x)'=x^{x^x}\left(e^{x\ln x}(x\ln x)'\ln x+e^{x\ln x}\frac{1}{x}\right)=$$

$$=x^{x^x}e^{x\ln x}\left((\ln x)^2+\ln x+\frac{1}{x}\right)=x^{x+x^x}\left((\ln x)^2+\ln x+\frac{1}{x}\right),$$

albo inaczej:

$$\ln y=x^x\ln x,\quad (\ln y)'=\frac{y'}{y}=(x^x)'\ln x+x^x\frac{1}{x},$$

ale

$$(x^x)' = (e^{x\ln x})' = e^{x\ln x}(x\ln x)' = x^x(\ln x + 1),$$

więc

$$\frac{y'}{y} = x^x(\ln x + 1)\ln x + x^x\,\frac{1}{x} = x^x\left((\ln x)^2 + \ln x + \frac{1}{x}\right),$$

skąd

$$y' = x^{x^x}x^x\left((\ln x)^2 + \ln x + 1\right).$$

**6.199.** $y' = \left(1+\frac{1}{x}\right)^x\left(\ln\left(1+\frac{1}{x}\right) - \frac{1}{1+x}\right)$. **6.200.** $y' = \left(\frac{1}{x}\right)^{1/x}\left(\frac{\ln x - 1}{x^2}\right)$.

**6.201.** $v = \frac{ds}{dt} = -\frac{3}{2}t^{-\frac{5}{2}}$, $v(\frac{1}{4}) = -12$. **6.202.** $v = \frac{ds}{dt} = 15t^{\frac{3}{2}}$, $v(4) = 30$.

**6.203.** $v = \frac{ds}{dt} = \frac{40}{3}\sqrt[3]{2}t^{\frac{1}{3}}$, $v(2) = \frac{80}{3}$. **6.204.** $v = \frac{ds}{dt} = \frac{\sqrt{3}}{2}t^{-\frac{1}{2}}$, $v(2) = \frac{\sqrt{6}}{4}$.

**6.205.** 45°. **6.206.** 135°.

**6.207.** W punktach $(-4, 4)$ i $(2, -2)$. **6.208.** W punkcie $(0,1)$.

**6.209.** Stałe pole $|2C|$. **6.210.** Stała długość $a$.

**6.211.** $p^2 - 4q = 0$. **6.212.** $(\frac{1}{3}p)^3 + (\frac{1}{2}q)^2 = 0$.

**6.213.** W punkcie $(\frac{1}{2}, -\ln 2)$. **6.214.** $\operatorname{tg}\varphi = 2\sqrt{2}$.

**6.215.** 7 km/h. **6.216.** 5. **6.217.** $2\sqrt{3}\,r$, $-2\sqrt{3}\,r$.

**6.226.** $y'' = \frac{-x}{\sqrt{(1-x^2)^3}}$. **6.227.** $y'' = \frac{-16x}{(1+4x^2)^2}$.

**6.228.** $y'' = \frac{2(\sqrt{1-x^2} + x\arcsin x)}{\sqrt{(1-x^2)^3}}$. **6.229.** $y'' = \frac{2(1-x^2)}{(1+x^2)^2}$.

**6.230.** $y = \frac{1}{3}\ln(1+x^2)$, $y'' = \frac{2(1-x^2)}{3(1+x^2)^2}$.

**6.231.** $y'' = e^{\sin x}(2\cos x + x\cos^2 x - x\sin x)$.

**6.232.** $y'' = e^{\varphi(x)}\left((\varphi'(x))^2 + \varphi''(x)\right)$.

6.233. [illegible] $x^{-12/5}$ **6.234.** $x \neq 1$; $y''' = \frac{12}{(1-x)^4}$.

**6.235.** $y''' = 27\cos(1-3x)$. **6.236.** 0.

**6.237** $-\frac{1}{2}$. **6.238.** 2. **6.239.** 0. **6.240.** 1.



**6.241.** $-4$. **6.242.** 2. **6.243.** $-2$. **6.244.** $-8$.

**6.245.** $s' = -1$, $s'' = -12$. **6.246.** $s' = -20$, $s'' = 4$.

**6.247.** $s' = 0$, $s'' = 0$. **6.248.** $s' = -3$, $s'' = 18$.

**6.249.** $s'' = 18$. **6.250.** $s'' = \frac{1}{4}(\frac{1}{8} - \frac{1}{9}\sqrt{2})\sqrt{3}$.

**6.251.** $y^{(n)} = \cos(x + n\cdot\frac{1}{2}\pi)$. **6.252.** $y^{(n)} = n!$.

**6.253.** $x > 0$; $y^{(n)} = (-1)^{n-1}\cdot\frac{(n-1)!}{x^n}$.

**6.254.** $x > 0$, $n > 1$; $y^{(n)} = (-1)^{n-1}\cdot\frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot\ldots\cdot(2n-3)}{2^n x^n}\sqrt{x}$.

**6.255.** $x \neq 0$, $n > 1$; $y^{(n)} = (-1)^{n-1}\cdot\frac{2\cdot 5\cdot 8\cdot\ldots\cdot(3n-4)}{3^n x^n}\sqrt[3]{x}$.

**6.256.** $ax + b \neq 0$; $y^{(n)} = (-a)^n\cdot\frac{n!}{(ax+b)^{n+1}}$.

**6.259.** Prawo ruchu dla punktu $M_1$: $x = a\cos\omega t$; prędkość w chwili $t$ jest równa $-\omega a\sin\omega t$, przyśpieszenie w chwili $t$ wynosi $-a\omega^2\cos\omega t$. Prędkość początkowa 0, przyśpieszenie początkowe $-a\omega^2$, prędkość przy $x = 0$ wynosi $-a\omega$, przyśpieszenie przy $x = 0$ wynosi 0.

**6.260.** Prędkość równa się $b - 2ct$, przyśpieszenie $-2c$; $t = b/2c$.

## DO ROZDZIAŁU VII

**7.11.** $\frac{dy}{dx} = -2$. **7.12.** $\frac{dy}{dx} = -\frac{b}{a}\operatorname{ctg} t$.

**7.13.** $t \neq 1$, $t \neq -1$, $\frac{dy}{dx} = \frac{-(t^2+1)}{t(t-2)(t+1)^2}$, gdzie $t \neq 0$, $t \neq 2$.

**7.14.** $\frac{dy}{dx} = \frac{-2t}{t+1}$. **7.15.** $\frac{dy}{dx} = \frac{a}{b}\left(\frac{b-t}{a-t}\right)^2$.

**7.16.** $\frac{dy}{dx} = \frac{t+1}{t(t^2+1)}$. **7.17.** $\frac{dy}{dx} = \frac{t^2-1}{2t}$.

**7.18.** $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2(t+1)^2}$. **7.19.** $\frac{dy}{dx} = \frac{-2t}{1-t^2}$.

**7.20.** $\frac{dy}{dx} = \operatorname{ctg}\frac{1}{2}t$. **7.21.** $\frac{dy}{dx} = -\operatorname{tg} t$.