

Zadania przygotowujące do Kolokwium 1

- (1) **Granice funkcji.**
 - (a) **Podstawowe wzory na granice funkcji.** Rozwiązać jeszcze raz Zadania 5.19 – 5.36 z Zestawu Zadań 4 “Granice i ciągłość funkcji”.
 - (b) **Granica funkcji $\frac{\sin x}{x}$ w zerze.** Rozwiązać jeszcze raz Zadania 5.37 – 5.49 z Zestawu Zadań 4 “Granice i ciągłość funkcji”.
 - (c) **Granice lewostronne i prawostronne.** Rozwiązać jeszcze raz Zadania 5.64 – 5.75 z Zestawu Zadań 4 “Granice i ciągłość funkcji”.
 - (2) **Ciągłość.** Rozwiązać jeszcze raz Zadania 5.54 – 5.60 z Zestawu Zadań 4 “Granice i ciągłość funkcji”.
 - (3) **Pochodne.**
 - (a) **Podstawowe wzory rachunku pochodnych.** Rozwiązać jeszcze raz Zadania 6.45 – 6.58 z Zestawu Zadań 5 “Pochodne. Podstawowe wzory”
 - (b) **Pochodne iloczynu i ilorazu.** Rozwiązać jeszcze raz Zadania 6.59 – 6.70 z Zestawu Zadań 5 “Pochodne. Podstawowe wzory”
 - (c) **Pochodna funkcji złożonej.** Rozwiązać jeszcze raz Zadania 6.71 – 6.200 z Zestawu Zadań 5 “Pochodne. Podstawowe wzory”
 - (4) **Badanie przebiegu zmienności funkcji.** Rozwiązać jeszcze raz Zadania 10.82 – 10.124 z Zestawu Zadań 6 “Badanie przebiegu zmienności funkcji”.
 - (5) **Zastosowania rachunku pochodnych.**
 - (a) Ze wszystkich trójkątów, których suma długości wysokości i podstawy jest równa b , wybrać trójkąt o największym polu.
 - (b) Wyznaczyć dwie liczby takie, aby różnica ich była równa a , a iloczyn możliwie najmniejszy.
 - (c) Jaki prostokąt o obwodzie 36 cm ma najkrótszą przekątną?
 - (d) Liczbę 25 rozłożyć na sumę takich dwóch składników, których suma kwadratów jest najmniejsza.
 - (e) Na rogach kwadratowego arkusza blachy o boku 36 cm wyciąć takie kwadraty, aby po zgięciu blachy otrzymać pudełko o największej objętości.
 - (f) Obwód trójkąta równoramiennego jest równy 18 cm. Jakie powinny być boki tego trójkąta by objętość bryły powstałej z jego obrotu dookoła podstawy była największa?
 - (g) Jaki powinien być kąt przy wierzchołku trójkąta równoramiennego o danym polu, aby promień okręgu wpisanego w ten trójkąt był największy?
 - (h) Ze wszystkich prostokątów o danym polu wybrać ten, który ma najkrótszy obwód.
 - (i) Na kuli o promieniu R opisano stożek. Jaka będzie wysokość stożka o najmniejszej objętości?
 - (j) Na paraboli $y^2 = 4x$ znaleźć punkt leżący najbliżej prostej $y = 2x + 4$.
 - (k) W półokrąg o promieniu R wpisano trapez, którego podstawą jest średnica okręgu. Dla jakiego kąta przy podstawie trapezu pole trapezu jest największe?
 - (l) W kulę o promieniu R wpisano walec obrotowy. Obliczyć przy jakiej wartości promienia r podstawy walca pole jego powierzchni bocznej S będzie największe.
- Odpowiedzi: (a) $a = h = b/2$, (b) $a/2, -a/2$, (c) $\sqrt{a^2 + (18 - a)^2}$, (d) $25/2$, (e) 6, (f) $27/4, 27/4, 18/4$, (g) $\pi/3$, (h) $\sqrt{S}$, (i) $4R$, (j) $(1/4, 1)$, (k) $\pi/3$, (l) $\frac{R}{\sqrt{2}}$