

Kolokwium 1 – grupa 1

(1) Obliczyć, o ile istnieją, granice następujących funkcji:

(a) (1 punkt) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x-2}$

(b) (1 punkt) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-3x+2}{x^2-1}$

(c) (1 punkt) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 4x}$

(2) (2 punkty) Zbadać, czy funkcja

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-25}{x+5} & \text{gdy } x \neq -5 \\ -10 & \text{gdy } x = -5 \end{cases}$$

jest ciągła w punkcie $x = -5$.

(3) Obliczyć pochodne następujących funkcji:

(a) (1 punkt) $y = 3x^{7/3} - 4x^{13/4} + \frac{4}{7}x^{-1/2} + 7^{3/2}$

(b) (1 punkt) $y = e^x \sin x$

(c) (1 punkt) $y = \frac{5x^2+x-2}{x^2+7}$

(d) (1 punkt) $y = \sqrt{x^2-4}$

(e) (2 punkty) $y = \frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}$

(f) (2 punkty) $y = \frac{5}{\sin^3 2x}$

(g) (2 punkty) $y = \frac{3 \cos^2 x}{\sin^3 x}$

(4) (5 punktów) Zbadać przebieg zmienności funkcji $y = x^2(x^2-4)^3$

(5) (5 punktów) Jaki prostokąt o obwodzie 36 cm ma najkrótszą przekątną?

Kolokwium 1 – grupa 2

(1) Obliczyć, o ile istnieją, granice następujących funkcji:

(a) (1 punkt) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x-2}$

(b) (1 punkt) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-3x+2}{x^2-1}$

(c) (1 punkt) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 4x}$

(2) (2 punkty) Zbadać, czy funkcja

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-25}{x+5} & \text{gdy } x \neq -5 \\ -10 & \text{gdy } x = -5 \end{cases}$$

jest ciągła w punkcie $x = -5$.

(3) Obliczyć pochodne następujących funkcji:

(a) (1 punkt) $y = 3x^{7/3} - 4x^{13/4} + \frac{4}{7}x^{-1/2} + 7^{3/2}$

(b) (1 punkt) $y = e^x \sin x$

(c) (1 punkt) $y = \frac{5x^2+x-2}{x^2+7}$

(d) (1 punkt) $y = \sqrt{x^2-4}$

(e) (2 punkty) $y = \frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}$

(f) (2 punkty) $y = \frac{5}{\sin^3 2x}$

(g) (2 punkty) $y = \frac{3 \cos^2 x}{\sin^3 x}$

(4) (5 punktów) Zbadać przebieg zmienności funkcji $y = x^2(x^2-4)^3$

(5) (5 punktów) Jaki prostokąt o obwodzie 36 cm ma najkrótszą przekątną?