

Kolokwium 2 – grupa 1.

- (1) Udowodnić, że jeżeli wektory $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ tworzą bazę przestrzeni wektorowej V nad ciałem K , to wektory $\alpha_1, \alpha_1 + \alpha_2, \dots, \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n$ również tworzą bazę przestrzeni V .
- (2) Rozwiązać nad ciałem $\mathbb{Z}_{11}$ układ równań

$$\begin{cases} 6x + 3y + 2z + 3t + 4w = 5 \\ 4x + 2y + z + 2t + w = 4 \\ 4x + 2y + 3z + 2t + w = 0 \\ 2x + y + 7z + 3t + 2w = 1 \end{cases}$$

O ile układ jest niesprzeczny, przedstawić zbiór rozwiązań w postaci warstwy w odpowiedniej podprzestrzeni oraz znaleźć bazę przestrzeni kierunkowej zbioru rozwiązań.

- (3) Znaleźć wzór analityczny rzutu przestrzeni $\mathbb{R}^2$ na $\text{lin} \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \right)$ wzdłuż $\text{lin} \left(\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} \right)$
- (4) Endomorfizm przestrzeni $\mathbb{R}^4$ ma względem bazy kanonicznej macierz $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & 5 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$. Znaleźć jego macierz względem bazy $(\epsilon_1, \epsilon_3, -\epsilon_2, \epsilon_4)$.
- (5) Znaleźć wzór na n -ty wyraz ciągu a_n , gdy $a_0 = 1$, $a_1 = 2$, $a_{n+2} = 3a_n - 2a_{n+1}$.

Kolokwium 2 – grupa 2.

- (1) Udowodnić, że jeżeli wektory $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ tworzą bazę przestrzeni wektorowej V nad ciałem K , to wektory $\alpha_1, \alpha_1 - \alpha_2, \alpha_1 - \alpha_3, \dots, \alpha_1 - \alpha_n$ również tworzą bazę przestrzeni V .
- (2) Rozwiązać nad ciałem $\mathbb{Z}_{13}$ układ równań

$$\begin{cases} x + 2y + 3z - 2t + w = 4 \\ 3x + 6y + 5z - 4t + 3w = 5 \\ x + 2y + 7z - 4t + w = 11 \\ 2x + 4y + 2z - 3t + 3w = 6 \end{cases}$$

O ile układ jest niesprzeczny, przedstawić zbiór rozwiązań w postaci warstwy w odpowiedniej podprzestrzeni oraz znaleźć bazę przestrzeni kierunkowej zbioru rozwiązań.

- (3) Znaleźć wzór analityczny rzutu przestrzeni $\mathbb{R}^2$ na $\text{lin} \left(\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \right)$ wzdłuż $\text{lin} \left(\begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix} \right)$
- (4) Endomorfizm przestrzeni $\mathbb{R}^4$ ma względem bazy kanonicznej macierz $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & 5 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$. Znaleźć jego macierz względem bazy $(\epsilon_1, \epsilon_4, -\epsilon_3, \epsilon_2)$.
- (5) Znaleźć wzór na n -ty wyraz ciągu a_n , gdy $a_0 = 1$, $a_1 = 2$, $a_{n+2} = 2a_{n+1} - a_n$.

Kolokwium 2 – grupa 3.

- (1) Udowodnić, że jeżeli wektory $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ tworzą bazę przestrzeni wektorowej V nad ciałem K , to wektory $\alpha_1, \alpha_1 + \alpha_2, \dots, \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n$ również tworzą bazę przestrzeni V .
- (2) Rozwiązać nad ciałem $\mathbb{Z}_{17}$ układ równań

$$\begin{cases} 2x + 3y + z + 2t = 4 \\ 4x + 3y + z + t = 5 \\ 5x + 11y + 3z + 2t = 2 \\ 2x + 5y + z + t = 1 \\ x - 7y - z + 2t = 7 \end{cases}$$

O ile układ jest niesprzeczny, przedstawić zbiór rozwiązań w postaci warstwy w odpowiedniej podprzestrzeni oraz znaleźć bazę przestrzeni kierunkowej zbioru rozwiązań.

- (3) Znaleźć wzór analityczny symetrii przestrzeni $\mathbb{R}^2$ względem $\text{lin} \left(\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} \right)$ wzdłuż $\text{lin} \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \right)$
- (4) Endomorfizm przestrzeni $\mathbb{R}^4$ ma względem bazy $(\epsilon_1, \epsilon_3, -\epsilon_2, \epsilon_4)$ macierz $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & 5 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$. Znaleźć jego macierz względem bazy kanonicznej.
- (5) Znaleźć wzór na n -ty wyraz ciągu a_n , gdy $a_0 = 1$, $a_1 = 2$, $a_{n+2} = 3a_n - 2a_{n+1}$.

Kolokwium 2 – grupa 4.

- (1) Udowodnić, że jeżeli wektory $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ tworzą bazę przestrzeni wektorowej V nad ciałem K , to wektory $\alpha_1, \alpha_1 - \alpha_2, \alpha_1 - \alpha_3, \dots, \alpha_1 - \alpha_n$ również tworzą bazę przestrzeni V .
- (2) Rozwiązać nad ciałem $\mathbb{Z}_{13}$ układ równań

$$\begin{cases} 9x - 3y + 5z + 6t = 4 \\ 9x - 3y + 5z + 6t = 4 \\ 3x - y + 3z + t = -8 \end{cases}$$

O ile układ jest niesprzeczny, przedstawić zbiór rozwiązań w postaci warstwy w odpowiedniej podprzestrzeni oraz znaleźć bazę przestrzeni kierunkowej zbioru rozwiązań.

- (3) Znaleźć wzór analityczny symetrii przestrzeni $\mathbb{R}^2$ względem $\text{lin} \left(\begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix} \right)$ wzdłuż $\text{lin} \left(\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \right)$
- (4) Endomorfizm przestrzeni $\mathbb{R}^4$ ma względem bazy $(\epsilon_1, \epsilon_4, -\epsilon_3, \epsilon_2)$ macierz $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & 5 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$. Znaleźć jego macierz względem bazy kanonicznej.
- (5) Znaleźć wzór na n -ty wyraz ciągu a_n , gdy $a_0 = 1$, $a_1 = 2$, $a_{n+2} = 2a_{n+1} - a_n$.