

## Sprawdzian 4

1. Obliczyć dokładną wartość wyrażenia  $\left(\frac{1-i\sqrt{3}}{1+i}\right)^{12}$ .
2. Rozwiązać w ciele  $\mathbb{Z}_{13}$  układ równań 
$$\begin{cases} 2x + 7y + 4z + 3t = 2 \\ 3x + 11y + 6z + 5t = 5 \\ 5x + 10z + 11t = 8 \end{cases}$$

## Rozwiązania

1. Przedstawiamy liczby  $1 - i\sqrt{3}$  oraz  $1 + i$  w postaci trygonometrycznej:

$$1 - i\sqrt{3} = 2\left(\cos \frac{10}{6}\pi + i \sin \frac{10}{6}\pi\right), \quad 1 + i = \sqrt{2}\left(\cos \frac{1}{4}\pi + i \sin \frac{1}{4}\pi\right).$$

Stąd  $\frac{1-i\sqrt{3}}{1+i} = \sqrt{2}\left(\cos \frac{17}{12}\pi + i \sin \frac{17}{12}\pi\right)$ , a zatem  $\left(\frac{1-i\sqrt{3}}{1+i}\right)^{12} = 2^6(\cos 17\pi + i \sin 17\pi) = -2^6$ .

2. Dodając do drugiego równania pierwsze pomnożone przez 5 a do trzeciego pierwsze pomnożone przez 4 dostajemy:

$$\begin{cases} 2x + 7y + 4z + 3t = 2 \\ 7y + 7t = 2 \\ 2y + 10t = 3 \end{cases}$$

a następnie dodając do drugiego równania trzecie pomnożone przez 3 otrzymujemy:

$$\begin{cases} 2x + 7y + 4z + 3t = 2 \\ 2y + 10t = 3 \\ 11t = 11 \end{cases}$$

skąd wyliczamy:

$$\begin{cases} x = 2 + 11z \\ y = 3 \\ z = z \\ t = 1 \end{cases}$$