

## Sprawdzian 3

### Zestaw 1

- (1) (a) Niech  $A = [a_{ij}]$ ,  $B = A^{-1} = [b_{ij}]$ . Podaj wzór na  $b_{ij}$ .  
(b) Zacytuj twierdzenie Kroneckera - Capelli'ego.

(2) Wyznacz (o ile to możliwe) macierz odwrotną do macierzy

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

(3) Rozwiązać nad ciałem  $\mathbb{Z}_{11}$  układ równań 
$$\begin{cases} 2x + 7y + 3z + t = 6 \\ 3x + 5y + 2z + 2t = 4 \\ 9x + 4y + z + 7t = 2 \end{cases}$$
. Ile rozwiązań ma dany układ?

## Sprawdzian 3

### Zestaw 2

- (1) (a) Uzupełnij:  $(AB)^{-1} = \dots$ ,  $(A^{-1})^T = \dots$ ,  $\det A^{-1} = \dots$ .  
(b) Zacytuj twierdzenie o strukturze zbioru rozwiązań układu równań.

(2) Wyznacz (o ile to możliwe) macierz odwrotną do macierzy

$$\begin{bmatrix} 4 & 4 & -1 & 0 & -1 & 8 \\ 2 & 3 & 7 & 5 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 5 & 7 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 7 & 6 & 6 & 5 & 7 \\ 2 & 1 & 1 & 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

(3) Rozwiązać nad ciałem  $\mathbb{Z}_{13}$  układ równań 
$$\begin{cases} 9x + 10y + 5z + 6t = 4 \\ 3x + 5y + 2z + 2t = 4 \\ 7x + 4y + 4z + 6t = 3 \end{cases}$$
. Ile rozwiązań ma dany układ?

## Sprawdzian 3

### Zestaw 3

- (1) (a) Niech  $A = [a_{ij}]$ ,  $B = A^{-1} = [b_{ij}]$ . Podaj wzór na  $b_{ij}$ .  
(b) Zacytuj twierdzenie Cramera.

(2) Wyznacz (o ile to możliwe) macierz odwrotną do macierzy

$$\begin{bmatrix} 5 & -4 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 9 & -7 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

(3) Rozwiązać nad ciałem  $\mathbb{Z}_{23}$  układ równań 
$$\begin{cases} 3x + 14y + 2z + 11t = 22 \\ 12x + 15y + 11z + 2t = 4 \\ 9x + 4y + 17z + 7t = 20 \end{cases}$$
. Ile rozwiązań ma dany układ?

## Sprawdzian 3

### Zestaw 4

- (1) (a) Uzupełnij:  $(AB)^{-1} = \dots$ ,  $(A^{-1})^T = \dots$ ,  $\det A^{-1} = \dots$ .  
(b) Podaj dwa warunki równoważne temu, aby dany układ równań miał rozwiązanie.

(2) Wyznacz (o ile to możliwe) macierz odwrotną do macierzy

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 3 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 3 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 3 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 3 \end{bmatrix}.$$

(3) Rozwiązać nad ciałem  $\mathbb{Z}_{29}$  układ równań 
$$\begin{cases} 19x + 11y + 15z + 16t = 4 \\ 9x + 5y + 12z + 24t = 14 \\ 3x + 14y + 14z + 16t = 13 \end{cases}$$
. Ile rozwiązań ma dany układ?

## Sprawdzian 3

### Zestaw 1

- (1) (a) Niech  $A = [a_{ij}]$ ,  $B = A^{-1} = [b_{ij}]$ . Podaj wzór na  $b_{ij}$ .  
(b) Zacytuj twierdzenie Kroneckera - Capelli'ego.

(2) Wyznacz (o ile to możliwe) macierz odwrotną do macierzy

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

(3) Rozwiązać nad ciałem  $\mathbb{Z}_{11}$  układ równań  $\begin{cases} 2x + 7y + 3z + t = 6 \\ 3x + 5y + 2z + 2t = 4 \\ 9x + 4y + z + 7t = 2 \end{cases}$ . Ile rozwiązań ma dany układ?

## Sprawdzian 3

### Zestaw 2

- (1) (a) Uzupełnij:  $(AB)^{-1} = \dots$ ,  $(A^{-1})^T = \dots$ ,  $\det A^{-1} = \dots$ .  
(b) Zacytuj twierdzenie o strukturze zbioru rozwiązań układu równań.

(2) Wyznacz (o ile to możliwe) macierz odwrotną do macierzy

$$\begin{bmatrix} 4 & 4 & -1 & 0 & -1 & 8 \\ 2 & 3 & 7 & 5 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 5 & 7 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 7 & 6 & 6 & 5 & 7 \\ 2 & 1 & 1 & 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

(3) Rozwiązać nad ciałem  $\mathbb{Z}_{13}$  układ równań  $\begin{cases} 9x + 10y + 5z + 6t = 4 \\ 3x + 5y + 2z + 2t = 4 \\ 7x + 4y + 4z + 6t = 3 \end{cases}$ . Ile rozwiązań ma dany układ?

## Sprawdzian 3

### Zestaw 3

- (1) (a) Niech  $A = [a_{ij}]$ ,  $B = A^{-1} = [b_{ij}]$ . Podaj wzór na  $b_{ij}$ .  
(b) Zacytuj twierdzenie Cramera.

(2) Wyznacz (o ile to możliwe) macierz odwrotną do macierzy

$$\begin{bmatrix} 5 & -4 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 9 & -7 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

(3) Rozwiązać nad ciałem  $\mathbb{Z}_{23}$  układ równań  $\begin{cases} 3x + 14y + 2z + 11t = 22 \\ 12x + 15y + 11z + 2t = 4 \\ 9x + 4y + 17z + 7t = 20 \end{cases}$ . Ile rozwiązań ma dany układ?

## Sprawdzian 3

### Zestaw 4

- (1) (a) Uzupełnij:  $(AB)^{-1} = \dots$ ,  $(A^{-1})^T = \dots$ ,  $\det A^{-1} = \dots$ .  
(b) Podaj dwa warunki równoważne temu, aby dany układ równań miał rozwiązanie.

(2) Wyznacz (o ile to możliwe) macierz odwrotną do macierzy

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 3 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 3 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 3 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 3 \end{bmatrix}.$$

(3) Rozwiązać nad ciałem  $\mathbb{Z}_{29}$  układ równań  $\begin{cases} 19x + 11y + 15z + 16t = 4 \\ 9x + 5y + 12z + 24t = 14 \\ 3x + 14y + 14z + 16t = 13 \end{cases}$ . Ile rozwiązań ma dany układ?

## Sprawdzian 3

### Zestaw 1

- (1) (a) Niech  $A = [a_{ij}]$ ,  $B = A^{-1} = [b_{ij}]$ . Podaj wzór na  $b_{ij}$ .  
(b) Zacytuj twierdzenie Kroneckera - Capelli'ego.

(2) Wyznacz (o ile to możliwe) macierz odwrotną do macierzy

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

(3) Rozwiązać nad ciałem  $\mathbb{Z}_{11}$  układ równań  $\begin{cases} 2x + 7y + 3z + t = 6 \\ 3x + 5y + 2z + 2t = 4 \\ 9x + 4y + z + 7t = 2 \end{cases}$ . Ile rozwiązań ma dany układ?

## Sprawdzian 3

### Zestaw 2

- (1) (a) Uzupełnij:  $(AB)^{-1} = \dots$ ,  $(A^{-1})^T = \dots$ ,  $\det A^{-1} = \dots$ .  
(b) Zacytuj twierdzenie o strukturze zbioru rozwiązań układu równań.

(2) Wyznacz (o ile to możliwe) macierz odwrotną do macierzy

$$\begin{bmatrix} 4 & 4 & -1 & 0 & -1 & 8 \\ 2 & 3 & 7 & 5 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 5 & 7 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 7 & 6 & 6 & 5 & 7 \\ 2 & 1 & 1 & 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

(3) Rozwiązać nad ciałem  $\mathbb{Z}_{13}$  układ równań  $\begin{cases} 9x + 10y + 5z + 6t = 4 \\ 3x + 5y + 2z + 2t = 4 \\ 7x + 4y + 4z + 6t = 3 \end{cases}$ . Ile rozwiązań ma dany układ?

## Sprawdzian 3

### Zestaw 3

- (1) (a) Niech  $A = [a_{ij}]$ ,  $B = A^{-1} = [b_{ij}]$ . Podaj wzór na  $b_{ij}$ .  
(b) Zacytuj twierdzenie Cramera.

(2) Wyznacz (o ile to możliwe) macierz odwrotną do macierzy

$$\begin{bmatrix} 5 & -4 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 9 & -7 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

(3) Rozwiązać nad ciałem  $\mathbb{Z}_{23}$  układ równań  $\begin{cases} 3x + 14y + 2z + 11t = 22 \\ 12x + 15y + 11z + 2t = 4 \\ 9x + 4y + 17z + 7t = 20 \end{cases}$ . Ile rozwiązań ma dany układ?

## Sprawdzian 3

### Zestaw 4

- (1) (a) Uzupełnij:  $(AB)^{-1} = \dots$ ,  $(A^{-1})^T = \dots$ ,  $\det A^{-1} = \dots$ .  
(b) Podaj dwa warunki równoważne temu, aby dany układ równań miał rozwiązanie.

(2) Wyznacz (o ile to możliwe) macierz odwrotną do macierzy

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 3 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 3 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 3 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 3 \end{bmatrix}.$$

(3) Rozwiązać nad ciałem  $\mathbb{Z}_{29}$  układ równań  $\begin{cases} 19x + 11y + 15z + 16t = 4 \\ 9x + 5y + 12z + 24t = 14 \\ 3x + 14y + 14z + 16t = 13 \end{cases}$ . Ile rozwiązań ma dany układ?

## Sprawdzian 3

### Zestaw 1

- (1) (a) Niech  $A = [a_{ij}]$ ,  $B = A^{-1} = [b_{ij}]$ . Podaj wzór na  $b_{ij}$ .  
(b) Zacytuj twierdzenie Kroneckera - Capelli'ego.

(2) Wyznacz (o ile to możliwe) macierz odwrotną do macierzy

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

(3) Rozwiązać nad ciałem  $\mathbb{Z}_{11}$  układ równań  $\begin{cases} 2x + 7y + 3z + t = 6 \\ 3x + 5y + 2z + 2t = 4 \\ 9x + 4y + z + 7t = 2 \end{cases}$ . Ile rozwiązań ma dany układ?

## Sprawdzian 3

### Zestaw 2

- (1) (a) Uzupełnij:  $(AB)^{-1} = \dots$ ,  $(A^{-1})^T = \dots$ ,  $\det A^{-1} = \dots$ .  
(b) Zacytuj twierdzenie o strukturze zbioru rozwiązań układu równań.

(2) Wyznacz (o ile to możliwe) macierz odwrotną do macierzy

$$\begin{bmatrix} 4 & 4 & -1 & 0 & -1 & 8 \\ 2 & 3 & 7 & 5 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 5 & 7 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 7 & 6 & 6 & 5 & 7 \\ 2 & 1 & 1 & 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

(3) Rozwiązać nad ciałem  $\mathbb{Z}_{13}$  układ równań  $\begin{cases} 9x + 10y + 5z + 6t = 4 \\ 3x + 5y + 2z + 2t = 4 \\ 7x + 4y + 4z + 6t = 3 \end{cases}$ . Ile rozwiązań ma dany układ?

## Sprawdzian 3

### Zestaw 3

- (1) (a) Niech  $A = [a_{ij}]$ ,  $B = A^{-1} = [b_{ij}]$ . Podaj wzór na  $b_{ij}$ .  
(b) Zacytuj twierdzenie Cramera.

(2) Wyznacz (o ile to możliwe) macierz odwrotną do macierzy

$$\begin{bmatrix} 5 & -4 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 9 & -7 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

(3) Rozwiązać nad ciałem  $\mathbb{Z}_{23}$  układ równań  $\begin{cases} 3x + 14y + 2z + 11t = 22 \\ 12x + 15y + 11z + 2t = 4 \\ 9x + 4y + 17z + 7t = 20 \end{cases}$ . Ile rozwiązań ma dany układ?

## Sprawdzian 3

### Zestaw 4

- (1) (a) Uzupełnij:  $(AB)^{-1} = \dots$ ,  $(A^{-1})^T = \dots$ ,  $\det A^{-1} = \dots$ .  
(b) Podaj dwa warunki równoważne temu, aby dany układ równań miał rozwiązanie.

(2) Wyznacz (o ile to możliwe) macierz odwrotną do macierzy

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 3 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 3 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 3 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 3 \end{bmatrix}.$$

(3) Rozwiązać nad ciałem  $\mathbb{Z}_{29}$  układ równań  $\begin{cases} 19x + 11y + 15z + 16t = 4 \\ 9x + 5y + 12z + 24t = 14 \\ 3x + 14y + 14z + 16t = 13 \end{cases}$ . Ile rozwiązań ma dany układ?

## Sprawdzian 3

### Zestaw 1

- (1) (a) Niech  $A = [a_{ij}]$ ,  $B = A^{-1} = [b_{ij}]$ . Podaj wzór na  $b_{ij}$ .  
(b) Zacytuj twierdzenie Kroneckera - Capelli'ego.

(2) Wyznacz (o ile to możliwe) macierz odwrotną do macierzy

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

(3) Rozwiązać nad ciałem  $\mathbb{Z}_{11}$  układ równań  $\begin{cases} 2x + 7y + 3z + t = 6 \\ 3x + 5y + 2z + 2t = 4 \\ 9x + 4y + z + 7t = 2 \end{cases}$ . Ile rozwiązań ma dany układ?

## Sprawdzian 3

### Zestaw 2

- (1) (a) Uzupełnij:  $(AB)^{-1} = \dots$ ,  $(A^{-1})^T = \dots$ ,  $\det A^{-1} = \dots$ .  
(b) Zacytuj twierdzenie o strukturze zbioru rozwiązań układu równań.

(2) Wyznacz (o ile to możliwe) macierz odwrotną do macierzy

$$\begin{bmatrix} 4 & 4 & -1 & 0 & -1 & 8 \\ 2 & 3 & 7 & 5 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 5 & 7 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 7 & 6 & 6 & 5 & 7 \\ 2 & 1 & 1 & 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

(3) Rozwiązać nad ciałem  $\mathbb{Z}_{13}$  układ równań  $\begin{cases} 9x + 10y + 5z + 6t = 4 \\ 3x + 5y + 2z + 2t = 4 \\ 7x + 4y + 4z + 6t = 3 \end{cases}$ . Ile rozwiązań ma dany układ?

## Sprawdzian 3

### Zestaw 3

- (1) (a) Niech  $A = [a_{ij}]$ ,  $B = A^{-1} = [b_{ij}]$ . Podaj wzór na  $b_{ij}$ .  
(b) Zacytuj twierdzenie Cramera.

(2) Wyznacz (o ile to możliwe) macierz odwrotną do macierzy

$$\begin{bmatrix} 5 & -4 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 9 & -7 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

(3) Rozwiązać nad ciałem  $\mathbb{Z}_{23}$  układ równań  $\begin{cases} 3x + 14y + 2z + 11t = 22 \\ 12x + 15y + 11z + 2t = 4 \\ 9x + 4y + 17z + 7t = 20 \end{cases}$ . Ile rozwiązań ma dany układ?

## Sprawdzian 3

### Zestaw 4

- (1) (a) Uzupełnij:  $(AB)^{-1} = \dots$ ,  $(A^{-1})^T = \dots$ ,  $\det A^{-1} = \dots$ .  
(b) Podaj dwa warunki równoważne temu, aby dany układ równań miał rozwiązanie.

(2) Wyznacz (o ile to możliwe) macierz odwrotną do macierzy

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 3 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 3 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 3 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 3 \end{bmatrix}.$$

(3) Rozwiązać nad ciałem  $\mathbb{Z}_{29}$  układ równań  $\begin{cases} 19x + 11y + 15z + 16t = 4 \\ 9x + 5y + 12z + 24t = 14 \\ 3x + 14y + 14z + 16t = 13 \end{cases}$ . Ile rozwiązań ma dany układ?

## Sprawdzian 3

### Zestaw 1

- (1) (a) Niech  $A = [a_{ij}]$ ,  $B = A^{-1} = [b_{ij}]$ . Podaj wzór na  $b_{ij}$ .  
(b) Zacytuj twierdzenie Kroneckera - Capelli'ego.

(2) Wyznacz (o ile to możliwe) macierz odwrotną do macierzy

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

(3) Rozwiązać nad ciałem  $\mathbb{Z}_{11}$  układ równań  $\begin{cases} 2x + 7y + 3z + t = 6 \\ 3x + 5y + 2z + 2t = 4 \\ 9x + 4y + z + 7t = 2 \end{cases}$ . Ile rozwiązań ma dany układ?

## Sprawdzian 3

### Zestaw 2

- (1) (a) Uzupełnij:  $(AB)^{-1} = \dots$ ,  $(A^{-1})^T = \dots$ ,  $\det A^{-1} = \dots$ .  
(b) Zacytuj twierdzenie o strukturze zbioru rozwiązań układu równań.

(2) Wyznacz (o ile to możliwe) macierz odwrotną do macierzy

$$\begin{bmatrix} 4 & 4 & -1 & 0 & -1 & 8 \\ 2 & 3 & 7 & 5 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 5 & 7 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 7 & 6 & 6 & 5 & 7 \\ 2 & 1 & 1 & 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

(3) Rozwiązać nad ciałem  $\mathbb{Z}_{13}$  układ równań  $\begin{cases} 9x + 10y + 5z + 6t = 4 \\ 3x + 5y + 2z + 2t = 4 \\ 7x + 4y + 4z + 6t = 3 \end{cases}$ . Ile rozwiązań ma dany układ?

## Sprawdzian 3

### Zestaw 3

- (1) (a) Niech  $A = [a_{ij}]$ ,  $B = A^{-1} = [b_{ij}]$ . Podaj wzór na  $b_{ij}$ .  
(b) Zacytuj twierdzenie Cramera.

(2) Wyznacz (o ile to możliwe) macierz odwrotną do macierzy

$$\begin{bmatrix} 5 & -4 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 9 & -7 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

(3) Rozwiązać nad ciałem  $\mathbb{Z}_{23}$  układ równań  $\begin{cases} 3x + 14y + 2z + 11t = 22 \\ 12x + 15y + 11z + 2t = 4 \\ 9x + 4y + 17z + 7t = 20 \end{cases}$ . Ile rozwiązań ma dany układ?

## Sprawdzian 3

### Zestaw 4

- (1) (a) Uzupełnij:  $(AB)^{-1} = \dots$ ,  $(A^{-1})^T = \dots$ ,  $\det A^{-1} = \dots$ .  
(b) Podaj dwa warunki równoważne temu, aby dany układ równań miał rozwiązanie.

(2) Wyznacz (o ile to możliwe) macierz odwrotną do macierzy

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 3 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 3 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 3 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 3 \end{bmatrix}.$$

(3) Rozwiązać nad ciałem  $\mathbb{Z}_{29}$  układ równań  $\begin{cases} 19x + 11y + 15z + 16t = 4 \\ 9x + 5y + 12z + 24t = 14 \\ 3x + 14y + 14z + 16t = 13 \end{cases}$ . Ile rozwiązań ma dany układ?

## Sprawdzian 3

### Zestaw 1

- (1) (a) Niech  $A = [a_{ij}]$ ,  $B = A^{-1} = [b_{ij}]$ . Podaj wzór na  $b_{ij}$ .  
(b) Zacytuj twierdzenie Kroneckera - Capelli'ego.

(2) Wyznacz (o ile to możliwe) macierz odwrotną do macierzy

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

(3) Rozwiązać nad ciałem  $\mathbb{Z}_{11}$  układ równań  $\begin{cases} 2x + 7y + 3z + t = 6 \\ 3x + 5y + 2z + 2t = 4 \\ 9x + 4y + z + 7t = 2 \end{cases}$ . Ile rozwiązań ma dany układ?

## Sprawdzian 3

### Zestaw 2

- (1) (a) Uzupełnij:  $(AB)^{-1} = \dots$ ,  $(A^{-1})^T = \dots$ ,  $\det A^{-1} = \dots$ .  
(b) Zacytuj twierdzenie o strukturze zbioru rozwiązań układu równań.

(2) Wyznacz (o ile to możliwe) macierz odwrotną do macierzy

$$\begin{bmatrix} 4 & 4 & -1 & 0 & -1 & 8 \\ 2 & 3 & 7 & 5 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 5 & 7 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 7 & 6 & 6 & 5 & 7 \\ 2 & 1 & 1 & 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

(3) Rozwiązać nad ciałem  $\mathbb{Z}_{13}$  układ równań  $\begin{cases} 9x + 10y + 5z + 6t = 4 \\ 3x + 5y + 2z + 2t = 4 \\ 7x + 4y + 4z + 6t = 3 \end{cases}$ . Ile rozwiązań ma dany układ?

## Sprawdzian 3

### Zestaw 3

- (1) (a) Niech  $A = [a_{ij}]$ ,  $B = A^{-1} = [b_{ij}]$ . Podaj wzór na  $b_{ij}$ .  
(b) Zacytuj twierdzenie Cramera.

(2) Wyznacz (o ile to możliwe) macierz odwrotną do macierzy

$$\begin{bmatrix} 5 & -4 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 9 & -7 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

(3) Rozwiązać nad ciałem  $\mathbb{Z}_{23}$  układ równań  $\begin{cases} 3x + 14y + 2z + 11t = 22 \\ 12x + 15y + 11z + 2t = 4 \\ 9x + 4y + 17z + 7t = 20 \end{cases}$ . Ile rozwiązań ma dany układ?

## Sprawdzian 3

### Zestaw 4

- (1) (a) Uzupełnij:  $(AB)^{-1} = \dots$ ,  $(A^{-1})^T = \dots$ ,  $\det A^{-1} = \dots$ .  
(b) Podaj dwa warunki równoważne temu, aby dany układ równań miał rozwiązanie.

(2) Wyznacz (o ile to możliwe) macierz odwrotną do macierzy

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 3 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 3 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 3 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 3 \end{bmatrix}.$$

(3) Rozwiązać nad ciałem  $\mathbb{Z}_{29}$  układ równań  $\begin{cases} 19x + 11y + 15z + 16t = 4 \\ 9x + 5y + 12z + 24t = 14 \\ 3x + 14y + 14z + 16t = 13 \end{cases}$ . Ile rozwiązań ma dany układ?

## Sprawdzian 3

### Zestaw 1

- (1) (a) Niech  $A = [a_{ij}]$ ,  $B = A^{-1} = [b_{ij}]$ . Podaj wzór na  $b_{ij}$ .  
(b) Zacytuj twierdzenie Kroneckera - Capelli'ego.

(2) Wyznacz (o ile to możliwe) macierz odwrotną do macierzy

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

(3) Rozwiązać nad ciałem  $\mathbb{Z}_{11}$  układ równań  $\begin{cases} 2x + 7y + 3z + t = 6 \\ 3x + 5y + 2z + 2t = 4 \\ 9x + 4y + z + 7t = 2 \end{cases}$ . Ile rozwiązań ma dany układ?

## Sprawdzian 3

### Zestaw 2

- (1) (a) Uzupełnij:  $(AB)^{-1} = \dots$ ,  $(A^{-1})^T = \dots$ ,  $\det A^{-1} = \dots$ .  
(b) Zacytuj twierdzenie o strukturze zbioru rozwiązań układu równań.

(2) Wyznacz (o ile to możliwe) macierz odwrotną do macierzy

$$\begin{bmatrix} 4 & 4 & -1 & 0 & -1 & 8 \\ 2 & 3 & 7 & 5 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 5 & 7 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 7 & 6 & 6 & 5 & 7 \\ 2 & 1 & 1 & 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

(3) Rozwiązać nad ciałem  $\mathbb{Z}_{13}$  układ równań  $\begin{cases} 9x + 10y + 5z + 6t = 4 \\ 3x + 5y + 2z + 2t = 4 \\ 7x + 4y + 4z + 6t = 3 \end{cases}$ . Ile rozwiązań ma dany układ?

## Sprawdzian 3

### Zestaw 3

- (1) (a) Niech  $A = [a_{ij}]$ ,  $B = A^{-1} = [b_{ij}]$ . Podaj wzór na  $b_{ij}$ .  
(b) Zacytuj twierdzenie Cramera.

(2) Wyznacz (o ile to możliwe) macierz odwrotną do macierzy

$$\begin{bmatrix} 5 & -4 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 9 & -7 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

(3) Rozwiązać nad ciałem  $\mathbb{Z}_{23}$  układ równań  $\begin{cases} 3x + 14y + 2z + 11t = 22 \\ 12x + 15y + 11z + 2t = 4 \\ 9x + 4y + 17z + 7t = 20 \end{cases}$ . Ile rozwiązań ma dany układ?

## Sprawdzian 3

### Zestaw 4

- (1) (a) Uzupełnij:  $(AB)^{-1} = \dots$ ,  $(A^{-1})^T = \dots$ ,  $\det A^{-1} = \dots$ .  
(b) Podaj dwa warunki równoważne temu, aby dany układ równań miał rozwiązanie.

(2) Wyznacz (o ile to możliwe) macierz odwrotną do macierzy

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 3 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 3 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 3 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 3 \end{bmatrix}.$$

(3) Rozwiązać nad ciałem  $\mathbb{Z}_{29}$  układ równań  $\begin{cases} 19x + 11y + 15z + 16t = 4 \\ 9x + 5y + 12z + 24t = 14 \\ 3x + 14y + 14z + 16t = 13 \end{cases}$ . Ile rozwiązań ma dany układ?



## Sprawdzian 3

### Zestaw 1

- (1) (a) Niech  $A = [a_{ij}]$ ,  $B = A^{-1} = [b_{ij}]$ . Podaj wzór na  $b_{ij}$ .  
(b) Zacytuj twierdzenie Kroneckera - Capelli'ego.

(2) Wyznacz (o ile to możliwe) macierz odwrotną do macierzy

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

(3) Rozwiązać nad ciałem  $\mathbb{Z}_{11}$  układ równań  $\begin{cases} 2x + 7y + 3z + t = 6 \\ 3x + 5y + 2z + 2t = 4 \\ 9x + 4y + z + 7t = 2 \end{cases}$ . Ile rozwiązań ma dany układ?

## Sprawdzian 3

### Zestaw 2

- (1) (a) Uzupełnij:  $(AB)^{-1} = \dots$ ,  $(A^{-1})^T = \dots$ ,  $\det A^{-1} = \dots$ .  
(b) Zacytuj twierdzenie o strukturze zbioru rozwiązań układu równań.

(2) Wyznacz (o ile to możliwe) macierz odwrotną do macierzy

$$\begin{bmatrix} 4 & 4 & -1 & 0 & -1 & 8 \\ 2 & 3 & 7 & 5 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 5 & 7 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 7 & 6 & 6 & 5 & 7 \\ 2 & 1 & 1 & 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

(3) Rozwiązać nad ciałem  $\mathbb{Z}_{13}$  układ równań  $\begin{cases} 9x + 10y + 5z + 6t = 4 \\ 3x + 5y + 2z + 2t = 4 \\ 7x + 4y + 4z + 6t = 3 \end{cases}$ . Ile rozwiązań ma dany układ?

## Sprawdzian 3

### Zestaw 3

- (1) (a) Niech  $A = [a_{ij}]$ ,  $B = A^{-1} = [b_{ij}]$ . Podaj wzór na  $b_{ij}$ .  
(b) Zacytuj twierdzenie Cramera.

(2) Wyznacz (o ile to możliwe) macierz odwrotną do macierzy

$$\begin{bmatrix} 5 & -4 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 9 & -7 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

(3) Rozwiązać nad ciałem  $\mathbb{Z}_{23}$  układ równań  $\begin{cases} 3x + 14y + 2z + 11t = 22 \\ 12x + 15y + 11z + 2t = 4 \\ 9x + 4y + 17z + 7t = 20 \end{cases}$ . Ile rozwiązań ma dany układ?

## Sprawdzian 3

### Zestaw 4

- (1) (a) Uzupełnij:  $(AB)^{-1} = \dots$ ,  $(A^{-1})^T = \dots$ ,  $\det A^{-1} = \dots$ .  
(b) Podaj dwa warunki równoważne temu, aby dany układ równań miał rozwiązanie.

(2) Wyznacz (o ile to możliwe) macierz odwrotną do macierzy

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 3 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 3 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 3 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 3 \end{bmatrix}.$$

(3) Rozwiązać nad ciałem  $\mathbb{Z}_{29}$  układ równań  $\begin{cases} 19x + 11y + 15z + 16t = 4 \\ 9x + 5y + 12z + 24t = 14 \\ 3x + 14y + 14z + 16t = 13 \end{cases}$ . Ile rozwiązań ma dany układ?

## Sprawdzian 3

### Zestaw 1

- (1) (a) Niech  $A = [a_{ij}]$ ,  $B = A^{-1} = [b_{ij}]$ . Podaj wzór na  $b_{ij}$ .  
(b) Zacytuj twierdzenie Kroneckera - Capelli'ego.

(2) Wyznacz (o ile to możliwe) macierz odwrotną do macierzy

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

(3) Rozwiązać nad ciałem  $\mathbb{Z}_{11}$  układ równań 
$$\begin{cases} 2x + 7y + 3z + t = 6 \\ 3x + 5y + 2z + 2t = 4 \\ 9x + 4y + z + 7t = 2 \end{cases}$$
. Ile rozwiązań ma dany układ?

## Sprawdzian 3

### Zestaw 2

- (1) (a) Uzupełnij:  $(AB)^{-1} = \dots$ ,  $(A^{-1})^T = \dots$ ,  $\det A^{-1} = \dots$ .  
(b) Zacytuj twierdzenie o strukturze zbioru rozwiązań układu równań.

(2) Wyznacz (o ile to możliwe) macierz odwrotną do macierzy

$$\begin{bmatrix} 4 & 4 & -1 & 0 & -1 & 8 \\ 2 & 3 & 7 & 5 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 5 & 7 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 7 & 6 & 6 & 5 & 7 \\ 2 & 1 & 1 & 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

(3) Rozwiązać nad ciałem  $\mathbb{Z}_{13}$  układ równań 
$$\begin{cases} 9x + 10y + 5z + 6t = 4 \\ 3x + 5y + 2z + 2t = 4 \\ 7x + 4y + 4z + 6t = 3 \end{cases}$$
. Ile rozwiązań ma dany układ?

## Sprawdzian 3

### Zestaw 3

- (1) (a) Niech  $A = [a_{ij}]$ ,  $B = A^{-1} = [b_{ij}]$ . Podaj wzór na  $b_{ij}$ .  
(b) Zacytuj twierdzenie Cramera.

(2) Wyznacz (o ile to możliwe) macierz odwrotną do macierzy

$$\begin{bmatrix} 5 & -4 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 9 & -7 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

(3) Rozwiązać nad ciałem  $\mathbb{Z}_{23}$  układ równań 
$$\begin{cases} 3x + 14y + 2z + 11t = 22 \\ 12x + 15y + 11z + 2t = 4 \\ 9x + 4y + 17z + 7t = 20 \end{cases}$$
. Ile rozwiązań ma dany układ?

## Sprawdzian 3

### Zestaw 4

- (1) (a) Uzupełnij:  $(AB)^{-1} = \dots$ ,  $(A^{-1})^T = \dots$ ,  $\det A^{-1} = \dots$ .  
(b) Podaj dwa warunki równoważne temu, aby dany układ równań miał rozwiązanie.

(2) Wyznacz (o ile to możliwe) macierz odwrotną do macierzy

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 3 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 3 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 3 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 3 \end{bmatrix}.$$

(3) Rozwiązać nad ciałem  $\mathbb{Z}_{29}$  układ równań 
$$\begin{cases} 19x + 11y + 15z + 16t = 4 \\ 9x + 5y + 12z + 24t = 14 \\ 3x + 14y + 14z + 16t = 13 \end{cases}$$
. Ile rozwiązań ma dany układ?