

PROPOZYCJA WYKŁADU: WYBRANE ZAGADNIENIA ALGEBRY

PAWEŁ GŁADKI

Rok studiów: I rok, semestr letni, studia 2 stopnia, wszystkie specjalności.

Rodzaj wykładu: specjalistyczny

Wymagania wstępne: Algebra (ALG-IIS-07)

Krótki opis i literatura: Wykład przewidziany jest dla studentów pierwszego roku studiów 2 stopnia, którzy wybrali wcześniej przedmioty bloku Algebra i chcieliby pogłębiać swoje zainteresowania algebraiczne i rozważają pisanie pracy magisterskiej w zakresie szeroko rozumianej algebry. Proponowany wykład jest naturalnym przedłużeniem kursowej serii wykładów algebraicznych – poruszane zagadnienia z teorii grup, modułów, kategorii i pierścieni ilustrowane są licznymi zastosowaniami w geometrii, topologii, teorii liczb i innych dziedzinach matematyki. Wybór tematyki zgodny jest ze standartową zawartością podręczników przewidzianych dla “graduate students” i oferuje ciekawą, zdaniem prowadzącego, selekcję haseł z nowoczesnej algebry, które zdążyły już wejść do współczesnego kanonu wykształcenia algebraicznego każdego matematyka.

GRUPY

Wykład 1: Słabe iloczyny proste wewnętrzne i zewnętrzne grup; iloczyny proste zewnętrzne grup (produkty). Sumy proste wewnętrzne i zewnętrzne grup abelowych (koprodukty). Zupełne sumy proste grup abelowych (produkty). Wolne grupy abelowe.

Wykład 2: Iloczyn wolny grup; iloczyn zewnętrzny wolny grup (koprodukt). Grupy wolne. Twierdzenie Nielsena-Schreiera.

MODUŁY

Wykład 3: Pojęcie modułu. Podmoduły, podmoduły generowane przez zbiór. Homomorfizmy modułów. Moduł ilorazowy, twierdzenie o homomorfizmie.

Wykład 4: Ciągi dokładne. Sumy i iloczyny modułów. Rozszczepialne ciągi dokładne.

Wykład 5: Moduły wolne. Moduły projekttywne i injektywne.

Wykład 6: Moduł dualny i funktor Hom

Wykład 7: Iloczyn tensorowy modułów. Rozszerzenie i zwężenie pierścienia skalarów.

Wykład 8: Moduły skończenie generowane. Moduły cykliczne, torsja. Moduły nad dziedzinami ideałów głównych.

Wykład 9: Pojęcie algebry. Pierścienie, moduły i algebry z gradacją. Produkty tensorowe algebr.

KATEGORIE

Wykład 10: Pojęcie kategorii. Produkty, koprodukty i obiekty wolne. Funktory i morfizmy.

Wykład 11: Funktory kowariantne i kontrawariantne. Transformacja naturalna funktorów. Funktor sprzężony.

PIERŚCIENIE

Wykład 12: Rozkład prymarny. Lemat Krulla o przecięciach.

Wykład 13: Pierścienie Dedekinda i pierścienie waluacyjne. Ideały ułamkowe.

Wykład 14: Lemat Noether o normalizacji i twierdzenie Hilberta o zerach.

Wykład 15: Pierścienie proste i prymitywne. Lemat Schura. Twierdzenie Jacobsona o gęstości. Pierwsze twierdzenie strukturalne Wedderburna-Artina.

LITERATURA

[1] T. Hungerford, *Algebra*, Springer, 1974

[2] S. Lang, *Algebra*, PWN, 1986.