Analiza rzeczywista i zespolona

Janina Śladkowska-Zahorska, Grażyna Kozłowska

Streszczenie

Opracowanie zawiera informację o ludziach skupionych wokół uczelni katowickich i Politechniki Śląskiej, którzy zajmowali się analizą rzeczywistą i zespoloną i o ich najważniejszych wynikach (ze względów oczywistych bardzo skrótowe).

O powstawaniu grup współpracujących razem w ramach różnych seminariów, a tworzących się przeważnie wokół postaci wybitnych.

Z żalem stwierdzamy, że opracowanie nasze jest niepełne. Brak np. informacji o grupie ludzi skupionych wokół prof. Górskiego i o jej pracach z czasów, gdy był związany ze Śląskiem.

Analiza rzeczywista

Rozwój badań naukowych w zakresie analizy rzeczywistej rozpoczyna się na szerszą skalę na naszym terenie wkrótce po powstaniu w 1971 r. Instytutu Matematyki Politechniki Śląskiej. Powstają wtedy trzy zespoły 1. Zespół Analizy Matematycznej 2. Zespół Analizy Funkcjonalnej 3. Zespół Programowania Matematycznego

1. Zespołem Analizy Matematycznej kierował prof. dr hab. Zygmunt Zahorski, matematyk światowej klasy, który po przeniesieniu na własną prośbę z Uniwersytetu Łódzkiego objął 1 października 1970 roku kierownictwo Instytutu Matematyki na świeżo powstałym Wydziale Matematyczno – Fizycznym. Oto fragmenty dwóch artykułów z wydanych w związku z 70-leciem prof. Zahorskiego Zeszytów Naukowych Politechniki Śląskiej (seria Matematyka – Fizyka, 48, (1986)).

Dr. Piotr Gawron, Działalność prof. Zygmunta Zahorskiego na Politechnice Śląskiej.

Wkrótce po przyjeździe Profesora rozpoczęło pod Jego kierunkiem działalność seminarium z Analizy Matematycznej, specjalizujące się w teorii funkcji rzeczywistych.

Zygmunt Zahorski przyjechał do Gliwic otoczony legendą ogromnego erudyty, autora wybitnych twierdzeń i znakomitych przykładów. Trzeba zaznaczyć, że poza krótkim epizodem działalności Andrzeja Mostowskiego, do tej pory na Politechnice Śląskiej nie pracował matematyk tak wysokiej klasy. Jego charakterystyczna postać, niekonwencjonalna osobowość były przedmiotem niezliczonych anegdot i opowieści wśród pracowników i studentów Wydziału.

Wspaniałe, pełne dygresji wykłady Profesora były świetną szkołą, intelektualną przygodą dla początkujących matematyków. Na wykładach Profesor nie trzymał się sztywno ram programu, pokazywał problematykę in statu nascendi, wspominał o historii problemu i drogach wiodących do rozwiązania. Troska o zrozumiałość zagadnienia, przedstawienie go na tle całości matematyki — to charakterystyczne cechy Jego wykładów.

Profesor był silnie związany ze studenckim ruchem naukowym. Czynnie uczestniczył w zjazdach i spotkaniach Studenckiego Koła Naukowego Matematyków. Żywo interesował się studentami indywidualnymi, którzy często u niego studiowali ponadprogramowe przedmioty. Dziesięciu studentów Wydziału pisało u niego prace magisterskie. Profesor był promotorem dwóch rozpraw doktorskich pracowników Politechniki Śląskiej, pracy L. Meresa "O punktach osobliwych Pringsheima – Du Bois Reymonda funkcji dwu zmiennych" i pracy J. Timmlera "Uzbieżnienie szeregów wektorowych w przestrzeniach R^n mnożnikami +1 i -1". Wielokrotnie recenzował prace doktorskie i habilitacyjne. Brał udział w konferencjach naukowych, w tym konferencji z funkcji rzeczywistych w Palermo (1975). Reprezentował Politechnikę Śląską na Międzynarodowym Kongresie Matematyków w Helsinkach (1978) i w Warszawie (1983).

Z. Zahorski aktywnie uczestniczył w działalności Polskiego Towarzystwa Matematycznego. W 1975 roku został wybrany członkiem Zarządu Głównego P.T.M.

Profesor zajmował się również popularyzacją matematyki. Wygłaszał odczyty dla uczniów szkół średnich. W czasie pobytu w szpitalu w 1975 roku napisał artykuł o matematyce, drukowany w tygodniku "Przekrój". Brał udział w programie telewizyjnym "Fakty, opinie, hipotezy".

Można tylko żałować, że w ostatnich latach ciężka choroba ograniczyła aktywność Profesora. Nie umniejsza to jednak w niczym jego znaczenia w rozwoju Wydziału Matematycznego Politechniki Śląskiej.

A.M. Bruckner: Some indirect consequences of a theorem of Zahorski.

The impact and influence of Zahorski's work in differentation theory is well known to all researchers in the field. Indeed, his monumental work [1] is the most widely quoted paper on the subject because it opened so many directions of further research for scholars of the next generations. Those engaged in research on monotonicity, or in the behavior of various forms of generalized differentation have been very much influenced by both the results and the techniques of Zahorski's work.

There may exist hundreds of mathematical articles, written during the last thirty years, in which Zahorski's influence is is immediately apparent. An author answer a question posed by Zahorski; or he proves a theorem which makes direct use of a theorem of Zahorski; or he extends a Zahorski theorem to some generalized derivative. In each such case the reader will quickly understand how the new results were influenced by Zahorski's work. One might call such results "direct" consequences of Zahorski's work. But there are also many examples

[1] "Sur la premiére derivée", *Trans. Math. Soc. 69 (1950), 1-54*

of "indirect" consequences of Zahorski's work. An author bases a proof on a "direct" consequence of Zahorski's work — the reader may then not be aware of Zahorski's influence.

Polskie Towarzystwo Matematyczne przyznało Z. Zahorskiemu w roku 1949 nagrodę im. S. Zaremby, a w roku 1996 godność członka honorowego. Uniwersytet Łódzki nadał mu tytuł doktora honoris causa w roku 1987. Więcej informacji o profesorze Z. Zahorskim można znaleźć w artykule Jana Stanisława Lipińskiego: *Zygmunt Zahorski (1914-1998), Wiadomości Matematyczne (XXXVI)(2000),73-83.*

2. Zespołem Analizy Funkcjonalnej kieruje początkowo Jerzy Błahut, prowadząc w latach 1973-75 seminarium z analizy niestandardowej, w którym uczestniczyli Eugeniusz Zaporowski, Józef Siwy, Michał Rozmus i Jolanta Lipińska. Grupa ta wkrótce się rozpadła, gdyż wszyscy jej uczestnicy odeszli z Politechniki Śląskiej, a Jerzy Błahut rozpoczął współpracę z Instytutem Elektroniki i w końcu tam się przenosi, prowadząc dalsze badania w zakresie zastosowań (patrz [1] str. 36 i 48).

Od 1975 r. z inicjatywy doc. Wiesława Sobieszka zaczyna pracę seminarium początkowo pod nazwą "Wybrane zagadnienia z analizy funkcjonalnej", a od 1978 r. noszące nazwę "Analiza Funkcjonalna".

Seminarium od początku prowadzi Grażyna Kozłowska. Na jej prośbę opiekunem naukowym seminarium został prof. dr hab. Julian Musielak z Uniwersytetu Adama Mickiewicza w Poznaniu.

W seminarium uczestniczyli w różnych okresach czasu Andrzej Kasperski, Barbara Luks – Ogrodnik, Aleksandra Iwaszenko, Alicja Kammer – Michalska, Paweł Kowalski, Anna Laskowska, Władysław Lis, Halina Meres, Andrzej Paczuła, Zygmunt Paszek, Jan Pochciał i Lidia Rucka – Kos. Grupa ta zajmuje się zagadnieniami analizy funkcjonalnej związanymi z przestrzeniami modularnymi i teorią multifunkcji oraz teorią aproksymacji i tzw. konstruktywną teorią funkcji zmiennej rzeczywistej.

Omówimy pokrótce uzyskane przez nich ważniejsze wyniki. G. Kozłowska zajęła się początkowo zagadnieniem aproksymacji funkcji dwóch zmiennych rzeczywistych w przestrzeniach Orlicza $L^{(\varphi,\psi)}$ i $L_{\underline{P}}$, gdzie $\underline{P} = (p_1, p_2)$ i $1 \leqslant p_1 \leqslant p_2 < \infty$. Funkcje w tych przestrzeniach są aproksymowane funkcjami całkowitymi G_{σ_1,σ_2}. Dowodzi również szeregu twierdzeń typu Jacksona i Bernsteina, a także twierdzeń o rzędzie aproksymacji funkcji $f \in L^{(\varphi,\psi)}$ całkami osobliwymi f_{σ_1,σ_2}. W szczególności bada najlepsze przybliżenia funkcji w przestrzeniach $L^{\underline{P}}$ wielomianem trygonometrycznym, a także operatorami całkowitymi typu Fejera, Jacksona, de la Vallée – Poussina i Poissona.

Badała również zagadnienia rozwijalności funkcji $f \in L^{\underline{P}}_{P(x,y)}(D)$ w podwójny szereg Fouriera. Udowodniła tw. typu Lebesgue'a dotyczące zbieżności szeregu Fouriera według układu ortonormalnego, a następnie podała kryteria zbieżności dla szeregów Fouriera funkcji dwóch zmiennych według układów Jacobiego, Haara, Rademachera, Walsha i Franklina. Wyniki te weszły w skład jej pracy doktorskiej, pisanej pod kierunkiem prof. J. Musielaka, którą obroniła na Uniwersytecie Adama Mickiewicza w Poznaniu w 1974 r.

Następnie zajęła się badaniem zagadnień aproksymacyjnych w przestrzeniach $L_{\underline{P}}$ gdzie $\underline{P} = (p_1, p_2)$ i $0 < p_1 < 1$, $0 < p_2 < 1$ i pewnych funkcyjnych przestrzeniach Frécheta L^{φ}. Wykazała w nich własności wprowadzonych przez nią modułów ciągłości, w szczególności nierówności typu Bernsteina – Zygmunda. Dowiodła, że dla każdej funkcji f istnieje wielomian najlepszego przybliżenia w sensie metryki tych przestrzeni. Ponadto dowodzi różnych twierdzeń typu Jacksona i Bernsteina aproksymując funkcje w tych przestrzeniach wielomianami trygonometrycznymi.

Ponadto uzyskała twierdzenia w uogólnionych przestrzeniach Orlicza $L^{\varphi,\psi}$ o aproksymacji funkcji dwóch zmiennych rodziną operatorów liniowych W-ograniczonych. Podobne wyniki otrzymała w uogólnionych przestrzeniach Orlicza L^{φ}, gdzie φ jest φ-funkcją z parametrem, niekoniecznie wypukłą (patrz [1], str. 52-53).

Podała metody generowania K-funkcjonałami oraz J-funkcjonałami przestrzeni pośrednich w przypadku przestrzeni modularnych, dowodząc równoważności obu metod [8].

Następnie zajmowała się badaniem zagadnienia wagowej aproksymacji wielomianami algebraicznymi w przestrzeniach $L_{\underline{P}}(Q)$ z potęgami mieszanymi. Zdefiniowała wagowy moduł gładkości w $L_{\underline{P}}(Q)$ tak, by generowane nim klasy Lipschitza były równocześnie klasami saturacji. Dla dowodu identyczności tych klas wykorzystała uzyskane wcześniej twierdzenie o równoważności wagowego K-funkcjonału i wagowego modułu gładkości w tych przestrzeniach. Uzyskane wyniki zawierają prace [10], [11], [12].

Andrzej Kasperski początkowo pod kierunkiem doc. W. Sobieszka zajmuje się zastosowaniem multifunkcji w teorii optymalizacji. Po 1980 r., kiedy zaczął brać udział w seminarium z analizy funkcjonalnej zajął się aproksymacją rodzinami operatorów w przestrzeniach modularnych. Uzyskane wyniki stanowiły podstawę jego pracy doktorskiej, której promotorem był prof. J. Musielak, obronionej na Uniwersytecie Adama Mickiewicza w Poznaniu w 1984 r.

Następnie A. Kasperski połączył teorię multifunkcji z problematyką, jaką zajmował się w pracy doktorskiej. Zdefiniował przestrzenie Musielaka – Orlicza multifunkcji,przestrzenie Musielaka – Orlicza multifunkcji wektorowych oraz przestrzenie multifunkcji o ograniczonej uogólnionej wariacji.

Na te przestrzenie przenosi różne znane twierdzenia aproksymacyjne, uogólnia również na te przestrzenie pewne twierdzenia o ogólnej postaci multifunkcjonałów liniowych ciągłych, pokazał, że istnieją multifunkcjonały liniowe ciągłe, których nie można zadać za pomocą całki multifunkcji. Ważną część jego pracy stanowi badanie własności zdefiniowanych przestrzeni [2], [3], [4], [5], [6].

W ostatnich latach zajął się badaniem zdefiniowanych przez siebie multidystrybucji. Uzyskane wyniki zawiera praca [7].

Informacje o pozostałych 26 jego pracach można znaleźć w [1], str. 50-51.

Barbara Luks – Ogrodnik początkowo zajmowała się aproksymacją funkcji quasi-analitycznych wielu zmiennych.

Następnie zaczęła brać udział w pracach seminarium z analizy funkcjonalnej i zajęła się metodą transformacji Czebyszewa w aproksymacji funkcji dwóch zmiennych. Uzyskane wyniki weszły w skład jej pracy doktorskiej, napisanej pod kierunkiem prof. J. Musielaka, obronionej w Poznaniu na Uniwersytecie Adama Mickiewicza.

Udowadnia twierdzenie analogiczne do prostych i odwrotnych twierdzeń typu Jacksona i Bernsteina w przestrzeniach $L^{(p_1,p_2)}_{W(x_1,x_2)}$ z normami mieszanymi i wagą.

Zdefiniowała pochodne cząstkowe Czebyszewa rzędu $\alpha > 0$ i moduły ciągłości, których rząd jest niecałkowity oraz udowodniła szereg ich własności.

Udowodniła twierdzenia typu saturacyjnego przy wykorzystaniu pochodnych cząstkowych Czebyszewa..

Zdefiniowała transformatę Legendre'a, operator translacji, pochodne cząstkowe Legendre'a i odpowiednie moduły ciągłości dla funkcji dwóch zmiennych z przestrzeni z mieszanymi potęgami. Zbadała własności zdefiniowanych operatorów oraz funkcji i udowodniła twierdzenia Jacksona i Bernsteina oraz typu saturacyjnego w badanej przestrzeni.

Zajmowała się również zbieżnością szeregów współczynników Fouriera – Haara dla funkcji wielu zmiennych. Informacje szczegółowe o jej pracach są w [1], str. 53-54.

Anna Laskowska zajmowała się sumowalnością szeregów Fouriera w uogólnionych przestrzeniach Orlicza. Badała również własności przestrzeni funkcji rzeczywistych $H^2_{(p_1,p_2)}$ oraz zajmowała się aproksymacją w tych przestrzeniach.

W 1983 odeszła z Instytutu Matematyki Politechniki Śląskiej, ale w dalszym ciągu pracowała naukowo pod kierunkiem prof. J. Musielaka.

Po obronie pracy doktorskiej na UAM podjęła pracę w Zielonej Górze.

Jan Pochciał zajmował się początkowo różnymi zagadnieniami teorii multifunkcji, pracując pod kierunkiem doc. W. Sobieszka. Uczestniczył w seminarium z analizy matematycznej, ale tak naprawdę zajął się abstrakcyjną teorią zbieżności i nawiązał współpracę z oddziałem Instytutu Matematycznego PAN w Katowicach. W dorobku IMPANu będą omówione jego wyniki. Informacje o jego wynikach są też w [1], str 42-43 i str. 54.

W 1991 do Instytutu Matematyki Politechniki Śląskiej przychodzi z IMPANu prof. dr hab. Andrzej Kamiński i zaczyna prowadzić seminarium z funkcji uogólnionych. W 1993 r. również z IMPANu przychodzi Józef Burzyk. Powstaje Zakład Analizy Rzeczywistej.

Część pracowników Zakładu w swych pracach nawiązuje do badań zainicjowanych przez prof. Jana Mikusińskiego (A. Kamiński, J. Burzyk, J. Pochciał), część interesuje się analizą niestandardową (J. Błahut, D. Słota), a pozostali (G. Kozłowska, A. Kasperski, B. Luks – Ogrodnik) nadal zajmuje się zagadnieniami analizy funkcjonalnej związanymi z przestrzeniami modularnymi, teorią multifunkcji i teorią aproksymacji, ale seminarium "Analiza Funkcjonalna" przestaje istnieć.

Dorobek prof. A. Kamińskiego, J. Burzyka i J. Pochciała omówiony jest w opracowaniu dotyczącym IMPANu, a D. Słoty w opracowaniu dotyczącym zastosowań matematyki w technice.

3. Zespołem Programowania Matematycznego kierował od początku doc. dr hab. Wiesław Sobieszek. Od 1973 roku prowadził seminarium z metod optymalizacji. Uczestniczyli w nim w różnych okresach Grażyna Kozłowska, Walenty

Żytka, Jadwiga Brzdęk, Danuta Milewska, Stanisław Kiełtyka, Eugeniusz Sroczyński, Marian Śliwiok, Maria Żytka, Wojciech Bienia, Witold Jarzębowski, Andrzej Kasperski, Paweł Kowalski, Jan Pochciał, Elżbieta Rupniewska. Seminarium prowadzone było do 1978 r., tj. do śmierci doc. W. Sobieszka.

W okresie działalności tego seminarium powstał szereg prac między innymi dotyczących przekształceń punktowo-zbiorowych. Informację o nich można znaleźć w [1], str. 31.

Odwołuję się często do pozycji [1], gdyż jest to opracowanie. które powstało z okazji 50-lecia Politechniki Śląskiej i obejmuje dorobek matematyków zatrudnionych w Instytucie Matematyki (do r. 1996).

Można tam znaleźć sporo ciekawych informacji uzupełniających niniejsze opracowanie, gdyż matematycy często zmieniają zainteresowania i, mimo że zajmowali się analizą rzeczywistą, ich dorobek w innych działach matematyki jest często większy.

Spis cytowanych prac z analizy rzeczywistej

[1] *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Matematyka – Fizyka*, z. 75 (50-lecie Politechniki Śląskiej)

[2] A. Kasperski, Notes on approximation in the Musielak – Orlicz spaces of vector multifunctions, *Commentationes Math. Universitatis Caroline* 35 (1994) 81-93

[3] A. Kasperski, On multifunctionals in the Musielak – Orlicz spaces of multifunctions, *Mathematische Nachrichten*, 168 (1994), 161-169

[4] A. Kasperski, Notes on the spaces of multifunctions of finite generalized variation, *Mathematica Japonica*, 41 (1995), 399-404

[5] A. Kasperski, Compactness and compact operators on Musielak – Orlicz spaces of multifunctions, *Archiv der Math*, 68 (1997), 45-54

[6] A. Kasperski, Remarks on Multifunctionals on some Spaces of Multifunctions, *Math. Japonica*, 51 (2000), 411-417

[7] A. Kasperski, On Multidistributions and X-distributions, *Function spaces the fifth conference, Lecture notes in pure and applied mathematics*, Volume 213, New York 2000, 247-254

[8] G. Kozłowska, The K- and J-methods for generating intermediate spaces in the case of the modular spaces, *Functiones et Approximatics*, 8 (1989), 105-109

[9] G. Kozłowska, Some remarks on modular approximation by a filtered family of linear operators, *Demonstratio Math.*, 23 (1990), 649-657

[10] G. Kozłowska, Weighted approximations by polynomials in $L^P(Q)$, *Demonstratio Math.*, 25 (1992), 817-823

[11] G. Kozłowska, The relationship between the K-functional and the modulus of smoothness in $L^P(Q)$, *Comment. Math.*, XXXV (1995), 171-182

[12] G. Kozłowska, On the equivalence of the saturation and Lipschitz classes in $L^P(Q)$, *Comment. Math.*, XXXV (1995), 183-190.

Analiza zespolona

We wspomnianym na początku Zespole Analizy Matematycznej czynne było seminarium z funkcji analitycznych. Historia jego sięga roku 1970, kiedy kilkuosobowa grupa matematyków (J. Śladkowska – Zahorska, uczennica prof. Z. Charzyńskiego z Łodzi, K. Pethe i O. Bereśniewicz – Rajca, magistranci prof. W. Wolibnera z Wrocławia, oraz trzy początkujące asystentki: K. Miśta, H. Jondro i H. Szopa) rozpoczęła cotygodniowe spotkania seminaryjne. Grupa ta w miarę upływu lat rozrastała się i w swoim najlepszym okresie liczyła kilkanaście osób. Tematem seminarium były, najogólniej mówiąc, funkcje jednolistne, które stanowią dział tzw. geometrycznej teorii funkcji jednej zmiennej zespolonej. W tym czasie (lata 70–te i wczesne 80-te) ukazywały się monografie poświęcone funkcjom jednolistnym autorów radzieckich i zachodnich (Lebiediewa, Milina, Aleksandrowa, Pommerenckego, Schobera, Goodmana, Durena) i one to były w całości lub we fragmentach referowane na seminarium. W szczególności zajmowano się rozmaitymi podklasami rodziny funkcji jednolistnych i p-listnych, takimi jak funkcje ograniczone, funkcje Bieberbacha – Eilenberga, Gelfera, Grunsky'ego – Shaha, pary Aharonova, funkcje k-symetryczne, funkcje p-listne i k-symetryczne, funkcje, które nie przyjmują ustalonych wartości lub właśnie je przyjmują. Dla większości tych klas zostały znalezione warunki konieczne i wystarczające przynależności funkcji do odpowiedniej klasy i są to warunki bądź typu Grunsky'ego – Nehariego, bądź typu Garabediana – Schiffera (O. Bereśniewicz – Rajca, H. Jondro, U. Korus, K. Miśta, A. Rost, J. Śladkowska – Zahorska, J. Śmigielska, J. Targoszowa, R. Targosz). Przy ich otrzymywaniu stosowano bądź rozmaite odmiany metody polowej, metodę opartą na parametryzacji Loewnera, bądź metodę wariacyjną. Ta ostatnia prowadzi do mocnych wyników, a mianowicie do równań różniczkowo – funkcyjnych, które muszą być spełnione przez funkcje ekstremalne ze względu na różniczkowalne funkcjonały. W niektórych wypadkach równania te dają się scałkować, prowadząc do jawnej lub niejawnej postaci funkcji ekstremalnych, a to z kolei może prowadzić do uzyskania ekstremalnych wartości funkcjonału, a więc i oszacowań. W ten sposób otrzymano oszacowania rozmaitych funkcjonałów w cytowanych wyżej klasach. Dalsze stosowanie metody wariacyjnej (metoda drugiej wariacji) prowadzi jedynie do nierówności dla funkcji ekstremalnych jako nowych warunków koniecznych. Tym niemniej i one wzbogacają wiadomości o funkcjach ekstremalnych i uzyskano za ich pomocą nowe wyniki dotyczące geometrycznych własności odwzorowań ekstremalnych (J. Macura, H. Jondro, K. Miśta). Cytowane wyżej równania różniczkowo – funkcyjne dla funkcjonałów zależnych od skończonej liczby współczynników rozwinięcia funkcji na szereg potęgowy, mają w różnych klasach rozmaite, określone kształty. K. Tochowicz zajął się pytaniem, czy odwrotnie: każde rozwiązanie odpowiedniego równania jest funkcją tej samej klasy, dla której równanie to zostało zbudowane. Przynajmniej dla niektórych klas odpowiedział na to pytanie pozytywnie, pokonując po drodze wiele topologicznych trudności, związanych z badaniem trajektorii różniczek kwadratowych. Innym problemem jest badanie funkcji spełniających więcej niż jedno równanie typu Schiffera (postaci odpowiadającej różnym klasom funkcji jednolistnych). I w tym kierunku uzyskano kilka wyników, między innymi ogólną postać takich funkcji w klasie funkcji ograniczonych i w klasie funkcji Bieberbacha – Eilenberga (A. Rost, J. Śladkowska – Zahorska).

Zajmowano się również odkrytą przez K. Tochowicza rodziną funkcji związanych w pewien sposób z homografiami bądź antygrafiami, uogólniającą wiele znanych klas funkcji – powstało kilka prac na ten temat (K. Tochowicz, J. Macura).

W rodzinie funkcji p-listnych z rozmaitymi warunkami dodatkowymi otrzymano, stosując parametryzację Loewnera i Bazylewicza, liczne dokładne oszacowania różnych funkcjonałów, np. ważne oszacowanie modułu współczynnika będącego odpowiednikiem w klasie funkcji p-listnych czwartego współczynnika w klasie funkcji jednolistnych (K. Pethe). W latach 80-tych seminarium poniosło liczne straty osobowe. I tak w 1982 r. na skutek represji stanu wojennego zwolniony został R. Targosz (tuż przed doktoratem), a wraz z nim odeszła jego żona J. Targoszowa. W następnych latach ze względów osobistych odeszły z Pol. Śląskiej O. Bereśniewicz – Rajca, U. Korus, A. Rost, J. Śmigielska, a ze względu na długotrwałą blokadę etatów Instytut nie powiększył się o młodych pracowników. W końcu lat 90-tych seminarium przestało istnieć.

Dorobkiem seminarium jest wiele publikacji w Zeszytach Naukowych Politechniki Śląskiej (40) oraz w czasopismach o zasięgu międzynarodowym (32). Niepełny spis tych publikacji (do roku 1994) znajduje się we wspomnianym już wyżej Nr. 75 Zeszytów Naukowych Pol. Śl., Matematyka – Fizyka z roku 1996.

Z tematyki seminarium powstało również 10 prac doktorskich, napisanych i obronionych przez uczestników seminarium. I tak w porządku chronologicznym uzyskali doktorat:

1. K. Pethe, Uniwersytet Śląski, 1972 r., tytuł pracy "O współczynnikach funkcji p-listnych".

2. O. Bereśniewicz - Rajca, Politechnika Śląska, 1978 r., tytuł pracy "Metoda polowa w zastosowaniu do funkcji Grunsky'ego – Shaha".

3. K. Miśta, Politechnika Śląska, 1979 r., tytuł pracy "Metoda wariacyjna w zastosowaniu do nierówności Grunsky'ego – Nehariego dla par Aharonova"

4. H. Jondro, Politechnika Śląska, 1980 r., tytuł pracy "Metoda wariacyjna Hummela – Schiffera w zastosowaniu do pewnych podklas funkcji jednolistnych".

5. U. Korus, Uniwersytet Łódzki, 1982 r., tytuł pracy "Nierówności typu Garabediana – Schiffera dla funkcji Bieberbacha – Eilenberga i ich zastosowania".

6. J. Śmigielska, Politechnika Śląska, 1982 r., tytuł pracy "Nierówności współczynnikowe w klasie funkcji symetrycznych, jednolistnych i ograniczonych i ich zastosowania".

7. R. Targosz, Politechnika Śląska, 1982 r., tytuł pracy "Metoda wariacyjna w zastosowaniu do klasy funkcji Gelfera i klas podobnych".

8. A. Rost, Politechnika Śląska, 1985 r., tytuł pracy "O pewnych klasach funkcji Gelfera".

9. K. Tochowicz, Uniwersytet Łódzki, 1988 r., tytuł pracy "Zastosowania teorii Γ-struktur do badania rozwiązań równania różniczkowego typu Schiffera".

10. J. Macura, Uniwersytet Śląski, 1990 r., tytuł pracy "Zastosowania drugiej wariacji do badania funkcji jednolistnych".

Promotorem we wszystkich wymienionych wyżej doktoratach była J. Śladkowska – Zahorska.

W latach 1974 – 1990 niektórzy pracownicy Zakładu uczestniczyli w pracach naukowo – badawczych, zleconych przez Instytut Matematyki PAN. Brali również udział w odbywających się w odstępach 4-letnich Międzynarodowych Konferencjach Funkcji Analitycznych, dowodząc swoją obecnością i wygłoszonymi komunikatami, że również na Śląsku uprawia się w sposób twórczy analizę zespoloną.