MATEMATYKA STOSOWANA W GLIWICACH

Jerzy KLAMKA, Andrzej ŚWIERNIAK, Jarosław GRZYMKOWSKI

Prace z zakresu matematyki stosowanej na Politechnice Śląskiej w Gliwicach rozwijane są głównie na Wydziale Matematyczno-Fizycznym w Instytucie Matematyki oraz na Wydziale Automatyki, Elektroniki i Informatyki. Niniejsze opracowanie przedstawia w skrócie działy matematyki stosowanej, w zakresie których pracownicy tych jednostek opublikowali wyniki w czasopismach o zasięgu międzynarodowym. Również na innych Wydziałach powstają prace, które mogą być uważane za wnoszące pewien wkład w rozwój matematyki stosowanej jako dyscypliny naukowej. Typowym przykładem takiej działalności są prace prowadzone w Instytucie Elektrotechniki Teoretycznej i Przemysłowej na Wydziale Elektrycznym, czy też prace prowadzone w Katedrze Mechaniki Teoretycznej na Wydziale Budownictwa, o których wspominamy w opracowaniu.

Istotnym obszarem badań matematyki stosowanej rozwijanym w Instytucie Automatyki Wydziału Automatyki, Elektroniki i Informatyki Politechniki Śląskiej jest matematyczna teoria sterowania i systemów. W szczególności uzyskano szereg istotnych rezultatów z zakresu teorii i zastosowań sterowania optymalnego oraz odpornego, jakościowej teorii systemów, sterowania i obserwacji w warunkach niepewności, teorii dynamicznych układów dyskretnych.

Prace dotyczące zagadnień sterowania optymalnego zawierają miedzy innymi oryginalne rezultaty dotyczące własności rozwiązań problemu liniowo-kwadratowego, a w szczególności projektowania regulatorów LQ oraz osobliwych LQ, własności rozwiązań równań Riccatiego ciągłych, dyskretnych i zunifikowanych odgrywających podstawową rolę w rozwiązywaniu tego typu problemów, sterowania czasowo-optymalnego dla obiektów z zerami, a także sterowania z minimalną energią, zarówno z czasem ciągłym jak i dyskretnym w tym również układów typu MD i układów nieskończenie wymiarowych. Oprócz klasycznych metod optymalizacji, m.in. wywodzących się z rachunku wariacyjnego, zasady maksimum i programowania dynamicznego, czy też jakościowej teorii równań różniczkowych we wspomnianych pracach korzystano również z aparatu teorii dystrybucji czy też metod analizy spektralnej.

Wśród zagadnień jakościowej teorii systemów rozwijanych w ośrodku gliwickim, najistotniejszą grupą zagadnień są problemy sterowalności układów dynamicznych. Sterowalność podobnie jak obserwowalność oraz stabilność należy do podstawowych pojęć nowoczesnej matematycznej teorii sterowania. Ogólnie mówiąc, sterowalność oznacza, że w rozpatrywanym układzie dynamicznym możliwe jest osiągnięcie zadanego stanu końcowego przy użyciu odpowiednio dobranego sterowania dopuszczalnego należącego do zadanego zbioru sterowań dopuszczalnych. Zatem sterowalność zależy w istotny sposób zarówno od modelu matematycznego układu dynamicznego reprezentowanego równaniem stanu, jak i od postaci zbioru sterowań dopuszczalnych. Pojęcie sterowalności układu dynamicznego jest wykorzystywane między innymi do analizowania i tworzenia tak zwanych form kanonicznych układów dynamicznych oraz przy formułowaniu twierdzeń z zakresu sterowania optymalnego. W literaturze z dziedziny teorii sterowania można spotkać wiele różnych definicji sterowalności, które w istotny sposób zależą od modelu matematycznego rozpatrywanego układu dynamicznego oraz przyjętej przestrzeni stanów. Do badania sterowalności układów dynamicznych wykorzystuje się metody zaczerpnięte z różnych, często odległych od siebie tematycznie dziedzin matematyki, miedzy innymi takich jak: algebra, analiza funkcjonalna, równania różniczkowe, oraz teoria optymalizacji.

Wykorzystując metody algebraiczne formułuje się kryteria badania sterowalności dla liniowych, skończenie-wymiarowych ciągłych układów dynamicznych oraz dla dyskretnych układów dynamicznych. W przypadku nieliniowych układów dynamicznych w celu uzyskania warunków wystarczających sterowalności stosuje się wybrane metody nieliniowej analizy funkcjonalnej. W oparciu o teorię równań różniczkowych z odchylonym argumentem oraz metody analizy funkcjonalnej a w szczególności teorię półgrup operatorów liniowych opracowano kryteria badania sterowalności względnej oraz absolutnej dla liniowych oraz nieliniowych układów dynamicznych z opóźnieniami zarówno w sterowaniu jak i we współrzędnych stanu oraz z ograniczonymi sterowaniami. Wykorzystując spektralną teorię operatorów różniczkowych oraz znane twierdzenia o punktach stałych ciągłych odwzorowań nieliniowych sformułowano warunki wystarczające aproksymacyjnej oraz dokładnej sterowalności dla różnych typów liniowych oraz semiliniowych, układów dynamicznych o parametrach rozłożonych oraz z ograniczonymi sterowaniami. Ponadto formułowano kryteria dla wybranych rodzajów stochastycznej sterowalności w odniesieniu do nieliniowych ciągłych skończenie-wymiarowych układów dynamicznych, natomiast w przypadku dyskretnych układów dynamicznych. problematyka sterowalności rozpatrywana była przy różnego typu ograniczeniach nałożonych na sterowania.

Problematyka sterowania odpornego pojawia się w dwóch zasadniczych aspektach: odpornej stabilności i stabilizacji układów dynamicznych oraz sterowania gwarantującego odpowiednią jakość. Pierwszy z tych aspektów badany jest z wykorzystaniem różnych postaci funkcji Lapunowa np. kwadratowych czy odcinkowo-liniowych, a drugi z wykorzystaniem technik opartych na rachunku wariacyjnym i równaniach Hamiltona - Jacobiego - Bellmana, teorii gier oraz analizie wypukłej.

Istotną klasą rozwiązywanych zagadnień były problemy sterowania i obserwacji w warunkach niepełnej informacji obejmujące zarówno zagadnienia sterowania stochastycznie optymalnego, jak i problemy zadowalającego sterowania i obserwacji przy różnych modelach niepewności, w tym modelach o rozkładzie ograniczonym, nierównościowych i romytych. W szczególności przedstawiono problemy optymalnej estymacji stanu dla układów o niepełnej znajomości własności dynamicznych procesu. Ponadto rozpatrywano zagadnienia sterowania stochastycznie optymalnego, problemy estymacji, stabilności i własności rozwiązania problemu liniowo-kwadratowego z Markowskimi skokami parametrów oraz związanych z tym skojarzonych równań Riccatiego i Lapunowa. Rozważano również problemy sterowania i optymalizacji dla ograniczonych, rozmytych i uogólnionych modeli niepewności między innymi opartych na aparacie przestrzeni Mengera. Wiele uwagi poświęcono problemom sterowania hierarchicznego i zdecentralizowanego przy różnego typu ograniczeniach informacyjnych, różnych modelach niepewności i celach sterowania, w tym między innymi zastosowaniem tych technik do optymalnego rozdziału zasobów i sterowania systemami wodno gospodarczymi.

W zakresie matematycznej teorii dyskretnych układów sterowania wymienić należy prace związane z analizą modeli z dyskretnym czasem, wykorzystywanymi do syntezy sterowania układami z czasem ciągłym, analizą wpływu długości słowa maszynowego na własności układów dyskretnych, analizą własności wielowymiarowych układów dyskretnych typu 2D czy ogólniej MD. W tej grupie zagadnień warto również wymienić prace dotyczące uogólnień twierdzenia Doleżala na przypadek quasiwielomianów, oraz prace związane z procesami przejściowymi i momentami przełączeń dla linii długiej typu kabel Thompsona.

Obok zastosowań technicznych prowadzono badania w zakresie zastosowań metod matematycznych w zagadnieniach biologii molekularnej, genetyki populacyjnej, onkologii, a ostatnio również genomiki. Wymienić tu należy przede wszystkim prace dotyczące modelowania ewolucji populacji komórek nowotworowych, a także wykorzystania metod sterowania optymalnego do optymalizacji protokołów chemioterapii nowotworów, oraz poprawy efektów radioterapii. W pracach z tego zakresu uwzględniane były między innymi efekty fazoczułości leków, lekooporność populacji nowotworowych i wpływ różnych protokołów naświetlań na proliferację komórek, wyniki eksperymentów perfuzyjnych i kliniczne dane statystyczne.

Inną grupą zastosowań matematyki, z zakresu których uzyskano istotne oryginalne rezultaty są problemy związane z modelami genetyki populacyjnej. Wymienić tu należy rezultaty związane z modelowaniem i analizą jakościową procesów ewolucyjnych oraz ich roli w etiologii chorób genetycznych i nowotworów, w których wykorzystano zarówno metody jakościowej teorii układów dynamicznych jak i statystyki matematycznej. Nie do pominięcia są również opublikowane ostatnio rezultaty dotyczące wykorzystania metod matematycznych do analizy danych o ekspresji genów uzyskanych m.in. jedną z najnowocześniejszych metod biotechnologii jaką są mikromacierze DNA. Metody matematyczne wykorzystywane w tych pracach obejmują zarówno techniki oparte na wynikach z zakresu algebry liniowej i analizy wypukłej jak i matematycznej teorii układów uczących się i procesów stochastycznych.

Jak już wspomniano osobnego omówienia wymaga tematyka zbiorów i systemów rozmytych rozwijana na Wydziale Automatyki, Elektroniki i Informatyki zapoczątkowana w połowie lat 70. Do najważniejszych prac z tego okresu należy zaliczyć prace dotyczące rozmytych równań relacyjnych, regulatorów opartych na zbiorach probabilistyczno-rozmytych, monotonicznych operacji na zbiorach rozmytych, zbiorów probabilistyczno-rozmytych typu-L oraz operatorów agregacji informacji.

Jednym z głównych realizowanych kierunków badawczych było stworzenie naukowych podstaw do zastosowań energetycznych i entropowych miar rozmytości w przetwarzaniu sygnałów biomedycznych, w oparciu o wprowadzoną oryginalną koncepcję sygnału rozmytego oraz probabilistyczno-rozmytego. Metodę zastosowano do uzyskania funkcji detekcyjnej dla sygnału EKG, do precyzyjnej lokalizacji i klasyfikacji zespołów QRS oraz do analizy sygnału zmienności rytmu serca. Innym nurtem prac była interpretacja rozmytych reguł typu jeżeli-to w postaci implikacji rozmytych oraz metodologia uzyskiwania tego typu reguł na podstawie danych pomiarowych. Przedstawiono także nowe metody wyostrzania zbiorów rozmytych pozwalające na uzyskanie identycznych wyników wnioskowania dla implikacji rozmytych jak przy zastosowaniu relacji rozmytych. Wykazano równoważność metod wnioskowania opartych na implikacji rozmytej Łukasiewicza i relacji rozmytej Mamdaniego. Wprowadzono nowy system wnioskowania rozmytego oparty na bazie wiedzy przedstawionej w postaci rozmytych reguł typu jeżeli-to z „ruchomymi" zbiorami rozmytymi w konkluzjach oraz opisano system oparty na sztucznej sieci neuronowej pozwalający automatycznie wyodrębniać reguły typu jeżeli-to na podstawie danych pomiarowych i zastosowania powyższej metody do predykcji sygnałów chaotycznych, klasyfikacji obiektów, kompresji sygnałów, do diagnostyki autonomicznego układu nerwowego, sterowania, identyfikacji systemów oraz optymalizacji procesu obróbki skrawaniem.

Od 2000 roku wprowadzane jest ε-nieczułe podejście do modelowania rozmytego i neuronowo-rozmytego. Wprowadzono ważoną ε-nieczułą funkcję strat oraz przedstawiono jej zastosowanie w posybilistycznej (εPCM) i rozmytej (εFCM) metodzie grupowania danych. Powyższą metodologię wykorzystano również w odpornej metodzie ważonego uśredniania opartej na ε-nieczułej funkcji strat. W dotychczasowych podejściach do modelowania rozmytego występowała wewnętrzna sprzeczność polegająca na budowaniu systemu rozmytego tolerancyjnego na nieprecyzyjność za pomocą uczenia nietolerancyjnego na nieprecyzyjność. Przedstawiono ε-nieczułe uczenie systemu neuronowo-rozmytego. Podejście to zapewnia zwiększenia zdolności uogólniania oraz odporność na dane „obce" i zakłócenia. W powyższej pracy zastosowano ideę ε-nieczułego uczenia dla tzw. uczenia globalnego stosując dwie efektywne obliczeniowo metody a mianowicie, wprowadzoną metodę przyrostową oraz nową opartą na iteracyjnym rozwiązywaniu układu nierówności liniowych.

Przykładami prac z zakresu zastosowań matematyki w elektrotechnice są publikacje z Instytutu Elektrotechniki Teoretycznej i Przemysłowej Wydziału Elektrycznego. Prowadzono prace nad konstrukcją ogólnych algorytmów do obliczeń rozkładów natężenia harmonicznego pola elektrycznego nie tylko wokół przewodów roboczych urządzeń elektroenergetycznych, lecz również na ich powierzchniach. W tym celu zastosowano metodę równań całkowych w powiązaniu z metodą elementów brzegowych., oraz podano szczegółowe konstrukcje wielu algorytmów numerycznych dotyczących analizy równań całkowo-brzegowych harmonicznych pól elektrycznych, pewnej klasy modeli obliczeniowych dla urządzeń elektroenergetycznych. W 1994 roku rozpoczęto prace nad konstrukcją algorytmu do badania harmonicznego pola elektrycznego w otoczeniu oraz na powierzchni przewodów elektroenergetycznych linii napowietrznych z przewodami izolowanymi. Przygotowano również robocze programy obliczeniowe pozwalające na wyznaczanie rozkładów natężenia pola pod liniami jak również na powierzchni żyły roboczej i izolacji przewodów. Prowadzono badania nad konstrukcją modeli obwodowych pieców łukowych i oporowo-łukowych. Opracowano sposób identyfikacji napięć łuku elektrycznego w trójfazowych piecach łukowych w czasie rzeczywistym, co jest szczególnie istotne z punktu widzenia sterowania piecem. Opracowano algorytm do identyfikacji mocy fazowych odbiorników wielkiej mocy bez dostępnego punktu zerowego odbiornika. Przeprowadzono badania symulacyjne oraz badania na piecu karbidowym. Potwierdziły one przydatność opracowanego algorytmu w zakresie sterowania obiektem. Opracowano w okresie ostatnich kilkunastu lat wiele algorytmów dla zagadnień matematycznych elektrotechniki w języku Pascal. Doskonalono metody analizy parametrów elektrycznych sieci krótkich związane z coraz to lepszymi narzędziami obliczeniowymi. W ramach tych badań opracowano w środowisku Delphi programy do analizy i syntezy macierzy impedancyjnej torów wielkoprądowych.

Pisząc o dokonaniach w zakresie matematyki stosowanej nie sposób pominąć prac powstałych w obecnej Katedrze Mechaniki Teoretycznej, która obecnie wchodzi w skład Wydziału Budownictwa wywodzącej się z Katedry Dynamiki Układów Mechanicznych. W latach 1971-1995 prowadzone były badania nad zastosowaniami teorii procesów stochastycznych do teorii układów dynamicznych, w tym między innymi do zagadnień stabilności oraz sterowalności stochastycznej. W szczególności rozpatrywane były takie zagadnienia jak: teoria procesów stochastycznych w przestrzeniach Hilberta, dystrybucje losowe, przekształcenia całkowe dystrybucji stochastycznych oraz prace nad zastosowaniami losowych równań całkowych w dynamice układów mechanicznych. Zastosowano teorię losowych równań całkowych zdefiniowanych na półgrupach abelowych do analizy szeroko pojętej dynamiki układów mechanicznych o parametrach losowych w obecności zakłóceń stochastycznych.

W latach 1995-1997 zastosowano teorię zbiorów rozmytych do analizy niepewnych zagadnień brzegowych teorii potencjału, wprowadzając i formułując nowe jakościowo pojęcia naukowe takie jak: rozmyte całki osobliwe, rozmyte równania brzegowe, rozmyte elementy brzegowe i metoda rozmytych elementów brzegowych, a następnie. rozwiązując pierwsze rozmyte problemy brzegowe teorii sprężystości. Wyniki teoretyczne poparte zostały obliczeniami numerycznymi, które wskazują na zupełnie nowe, w porównaniu do metod probabilistycznych, możliwości analizy układów inżynierskich w warunkach niepewności różnego pochodzenia. Uzyskano wyniki dotyczące problemów brzegowych w obszarze rozmytym. Obecnie bardzo zaawansowane są prace nad zagadnieniami dotyczącymi problemu wartości własnych systemów z parametrami przedziałowymi.