

VII Śląski Konkurs Matematyczny

8 kwietnia 2010 r.

zawody finałowe

czas: $10^{00} - 12^{00}$

Zadanie 1.

Funkcja $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ spełnia dla każdej liczby rzeczywistej x równość

$$2 \cdot f(x) + f(1-x) = 3x.$$

Wyznaczyć $f(2010)$.

Zadanie 2.

Znaleźć najmniejszą liczbę naturalną n taką, aby liczby

$$n+3 \quad \text{ i } \quad n-1000$$

były kwadratami liczb naturalnych.

Zadanie 3.

W trapezie $ABCD$ o podstawach AB i CD punkt O jest punktem przecięcia się przekątnych. Wiedząc, że pola trójkątów AOB i COD są odpowiednio równe p^2 i q^2 , obliczyć pole tego trapezu.

Zadanie 4.

Wyznaczyć wszystkie całkowite liczby a , dla których równanie

$$x^2 + ax + a = 0$$

ma pierwiastki całkowite.

Zadanie 5.

Wyznacz trzy ostatnie cyfry rozwinięcia dziesiętnego liczby 2^{2010} .
Odpowiedź uzasadnić.