

# Śląski Konkurs Matematyczny

VIII LO Katowice

15 kwiecień 2008 godz. 10<sup>00</sup>

finał

czas 120 minut

## Zad. 1

Udowodnić, że dla każdej liczby rzeczywistej  $x$  zachodzi nierówność

$$\frac{x^2 + 5x + 10}{\sqrt{x^2 + 5x + 7}} \geq 2$$

## Zad. 2

W sześciokącie wypukłym wszystkie kąty mają tę samą miarę. Wykazać, że sumy długości boków wychodzących z przeciwległych wierzchołków są równe.

## Zad. 3

Wyznaczyć wszystkie liczby rzeczywiste  $x$ , dla których każda z liczb  $x + \sqrt{2008}$  oraz  $x^2 + \sqrt{2008}$  jest liczbą wymierną.

## Zad. 4

Zbiór  $Z$  składa się z 2008 różnych liczb naturalnych. Uzasadnij, że z tego zbioru można wybrać trzy różne liczby  $a$ ,  $b$  oraz  $c$  takie, że  $ab^2 - ac^2$  dzieli się przez 2008.

## Zad. 5

Czworokąt ABCD jest opisany na okręgu o środku  $O$ . Wiadomo, że  $|OA|=|OC|=1$  i  $|OB|=|OD|=2$ . Obliczyć obwód czworokąta ABCD.