(I)

LOGIKA: pierwsza myśl, dobry przykład, właściwości duszy, zdrowy rozsądek

[Pierwsza myśl o logice] Cóż to takiego logika, czego ona dotyczy? Przeglądam półki z książkami w czytelni uczelnianej. Szukam książek ze słowem logika w tytule. Pozycje skatalogowane jako filozofia wygrywają! Przykładowo: A. Arnauld, P. Nicole „*Logika czyli sztuka myślenia*", Sekstus Empiryk „*Przeciw logikom*", P. Gassendi „*Logika*", G. W. F. Hegel „*Nauka logiki*", J. S. Mill „*System logiki*", itd. Rozprawy i książki powszechnie znanych filozofów wykorzystują słowo logika w swoich tytułach. Takich rozpraw jest wiele. Każdy, kto tylko potrafi to pisze o logice? To, co komuś kiedyś się podobało lub ubzdurało - mogło zostać spisane, a następnie wydrukowane i rozpowszechnione?

[Pisanie i drukowanie książek] Ale, ale. Pisanie i drukowanie książek to tylko forma aktywności ekonomicznej. To niewiele więcej niż produkcja towarów sprzedawanych, rozdawanych lub sponsorowanych na zasadach rynkowych. Jako wolny człowiek mogę wybierać, dobierać i sprawdzać dowolny towar przed jego kupnem lub konsumpcją. Zasady rynkowe – same z siebie, nie gwarantują jakości. Rynek niekoniecznie musi być wolny, a sprzedawane na nim towary wartościowe. Nic lepszego nie pozostało, jak samemu przebadać: Czego dotyczyć powinna logika?

[Oryginalność, a doświadczenie] Doświadczenie podpowiada, że należałoby sprawdzić, kto pierwszy spisał traktat obszerny, wyczerpujący lub jakiś tam o logice. Pierwsza myśl jest zwykle najbardziej kreatywna? Nie zawsze, ale najczęściej taka myśl bywa oryginalna. Gdy dotyczy ona spraw ważnych, to jest ona odkrywana, podejmowana i rozwijana przez najbystrzejszego z tych, wśród których dojrzewała. Czy ta zasada wymaga uzasadnienia? Może tak, być może nie. Ale, jakieś argumenty – za lub przeciw, warto byłoby przytoczyć.

[Bomba atomowa] Jak dla fizyków, to szukamy przykładu w książce Richarda Rhodesa „*Jak powstawała bomba atomowa*". Dlaczego Niemcy nie zbudowali bomby atomowej w czasie II wojny światowej? Różnych odpowiedzi jest zwykle kilka. Często zaczynają się one od opinii, że przywódcy faszystowskiego reżymu byli niebyt rozgarnięci. Byli oni zafascynowani i zauroczeni wizją bzdurnej ideologii, w konsekwencji zabrakło im wyobraźni. Bardziej pragmatyczne opinie zaczynają się od stwierdzenia: Oczywiście próbowali, ale z czystego Uranu 235 - bo, taką była bomba zrzucona na Hiroszimę! Niemcy nie mieli odpowiedniej infrastruktury, która umożliwiłaby im oddzielenie potrzebnej ilości Uranu 235 od jego izotopu 238 [W naturalnej rudzie zawierającej Uran jedynie około 0,7 % to Uran 235, ponad 99% to jego izotop 238. Także i dziś wzbogacanie Uranu - zwiększanie w nim zawartości Uranu 235, to nadal ekonomicznie kosztowny proces technologiczny], itd.

[Pierwsza odpowiedź] Mamy już zarys rozumowania. Patrzymy na historię wyprodukowania bomby atomowej w Ameryce. Następnie sprawdzamy, dlaczego w Niemczech podobnych odkryć nie dokonano. Powstaje odpowiedź. Ale, dlaczego ona miałaby być prawdziwa? Wygląda jedynie na wiarygodną lub prawdopodobną! Przecież, gdyby bomby atomowe można byłoby budować jedynie z Uranu 235, to byłby to niezmiernie drogi oręż. Agresywny reżym musiał odrzucić taki rodzaj broni, bo koszty jego użycia znacznie przekraczałyby ewentualne zyski z agresji! Uranowa bomba atomowa ma sens jedynie jako środek odstraszania ewentualnego agresora! W realiach II wojny światowej byłaby jedynie bronią defensywną, której faszystowski reżym - marzący o podboju Świata, dla realizacji marzenia o wygraniu wojny nie potrzebował.

[E. Fermi, stos atomowy] Wczytajmy się głębiej w historię bomby atomowej. Dziś już wiadomo, że takie bomby można produkować z Plutonu 239, który w stanie naturalnym występuje jedynie w ilościach śladowych [z powodu krótkiego okresu połowicznego rozpadu wynoszącego około 24 100 lat. Pluton 239 można produkować sztucznie, ale do jego produkcji potrzebny jest stos atomowy]. Amerykanie zbudowali pierwszy reaktor [stos] atomowy dzięki temu, że Erico Fermi zorientował się, że grafit zanieczyszczony Borem nie nadaje się na spowalniacz dla neutronów. Jednakże czysty grafit tak. No i w Chicago zbudowano pierwszy reaktor atomowy w końcu 1942 roku. Tego, według jakich zasad ten reaktor działał, w faszystowskich Niemczech nie za bardzo wiedziano! Zaś w Ameryce wyprodukowano dostatecznie wiele Plutonu 239, aby zniszczyć Nagasaki. [Zbyt mało, aby ryzykować zniszczenie bazy wojskowej w Kokurze, która dysponowała samolotami zdolnymi przepędzić amerykańskie bombowce nad inne japońskie miasta?] Pluton ma inne własności chemiczne niż Uran. Jest on reaktywny chemicznie, a więc jego pozyskanie w postaci czystej jest nietrudne oraz niezbyt kosztowne. Kilka kilogramów Plutonu wystarcza do zbudowania bomby atomowej. W końcowych latach II wojny światowej Amerykanie potrafili budować 2 lub 3 bomby plutonowe miesięcznie.

[Przykład błędu systemowego] Jak można wyczytać w książce R. Rhodesa, wielu badaczy, w tym laureaci nagród Nobla, nie umiało potwierdzić pierwotnych pomiarów Fermiego. W skutek tego dla Niemców jedynym możliwym spowalniaczem była ciężka woda!?? Niemcy stosu atomowego dającego realne możliwości pozyskiwania Plutonu 239 także nie zbudowali. Nie zbudowali, bo nie wiedzieli nawet tego, że zbudować go można. Ta opinia wygląda na bliską prawdy! Bo podobno, jakiś tam stos atomowy dla celów naukowy Niemcy zbudowali.

[Obliczenia, symulacje] Współcześnie wiele krajów posiada własny arsenał bomb atomowych. Niektóre z nich nigdy nie przeprowadzały próbnych wybuchów. Czy można przyjąć, że te kraje posiadają skuteczny oręż wojenny? Może zgromadziły one jedynie spore ilości Plutonu 239, którego nie potrafią zamienić na sprawne bomby. Możemy założyć, że prawa fizyki potrzebne do budowy sprawnych bomb atomowych są powszechnie znane [W latach czterdziestych XX wieku nie dotyczyło to Plutonu. Ten transuranowiec, radioaktywny metal, po raz pierwszy wytworzono i zbadano w zespole kierowanym przez chemika Glena T. Seaborga w 1941 roku. Uczeni wykorzystali Uran, który bombardowali jądrami deuteru. Ze względu na tajność projektu Manhattan pracę na temat Plutonu opublikowano dopiero w 1946 roku.]. Zamiast próbnych wybuchów, wystarczy przeprowadzić odpowiednie obliczenia. Wystarczy posiadać stosowne komputery i oprogramowanie, aby przeprowadzić symulacje sprawdzające skuteczność i siłę wybuchu bomby. Publiczności pozostanie dylemat! O sprawności w budowaniu bomb atomowych decydują testowe wybuchy? Być może tylko pomysłowi programiści potrafią odpowiednimi symulacjami komputerowymi zagwarantować skuteczność i niezawodność konstrukcji bomby atomowej. Jaka musi być logika odpowiedzi na tak sformułowany dylemat?

[Wirtualna rzeczywistość] Może to przypadek, zbieg okoliczności, losowa koincydencja, ale równoległe z rozwojem zbrojeń atomowych nastąpił rozwój technik informatycznych, maszyn matematycznych oraz nauk komputerowych. Jedną z tego przyczyn niewątpliwie jest permanentna konieczność dokonywania złożonych obliczeń. Patrząc bardziej refleksyjnie, to można było „topić lodowce” w rejonie Oceanu Arktycznego [np. Sowieckie próbne wybuchy termojądrowe w latach pięćdziesiątych i sześćdziesiątych XX wieku]. Ale także, wystarczało przeprowadzić stosowne obliczenia i skutek był przynajmniej taki sam albo nawet lepszy. Aktualnie ten sposób został adoptowany w wielu dziedzinach inżynierskich, architektonicznych, itd. Tradycyjna logika lub filozofia nie podejmują - jeśli tak, to rzadko i w rozproszeniu - problemu wiarygodności i poprawności wnioskowań wyprowadzanych po zastosowaniu zaawansowanych technik informatycznych lub w oparciu o symulacje komputerowych tworzące tzw. wirtualną rzeczywistość. W dalszej wykładu spróbujemy wypełnić tę lukę. Będziemy snuli rozważania o powiązaniach między rzeczywistością, a jej przybliżeniami. Między prawdą, a jej przybliżeniami.

[Dobry przykład] Gdy dokładniej wczytamy się w szczegóły z życiorysu Fermiego, to dostrzeżemy, że jego postępowanie nie składa się z nieprzewidywalnych kroków. Czy można w jego postępowaniu dostrzec reguły? Fermi wyglądał na faceta lubiejącego żartować. Ale, szczegóły jego zachowania wskazują na wyjątkowe wyczucie profesjonalności. Robotnikom w Los Alamos powiedział, że pierwszy próbny wybuch jądrowy podpali powietrze i Kula Ziemska zapali się od tego. Tak skomentował niepewność tego, jaki będzie skutek i siła wybuchu pierwszej bomby atomowej. No, ale sam zmierzył siłę fali uderzeniowej chałupniczą metodą przy pomocy spadających papierków i wcześniej przygotowanej tabeli, w której odległości opadania papierków były przeliczone na siłę fali uderzeniowej [Fermi wraz grupą innych fizyków obserwował wybuch z odległości kilkunastu kilometrów]. Nie pomylił się zbytnio w porównaniu z obliczeniami dokonanymi przy pomocy specjalistycznych urządzeń. Mamy pierwsze prawo przynależne do logiki! Czasami **dobry przykład wystarcza**, a nawet bywa lepszy od głęboko rozwiniętej [choć do końca nie wiadomo, czy dobrze sprawdzanej] teorii.

[Logika = zdrowy rozsądek] Gdy ustalimy kto był pierwszy. Kto pierwszy spisał obszerne rozważania o logice to pozostało dociekać: Co do dnia dzisiejszego z tego przetrwało? Co nadal jest istotne? Gdy zabraknie motywacji bądź pomysłów, można szukać jak z takim samym problemem radzili sobie inni. Przy okazji sprawdzać. Które pomysły były oryginalne. Czyje komentarze wnosiły coś istotnie nowego. Jakie teorie bądź interpretacje są lub były bzdurne, itd. Przyjmijmy wstępnie, że logika to **nauka o zdrowym rozsądku**. A dalsze studia nad logiką, tzn. nad zdrowym rozsądkiem, będziemy snuli według zasad wymienionym w tym akapicie.

[Platon] Co do logiki sprawa pierwszeństwa jest raczej oczywista. Przynależy ona Platonowi, który z problemami typowymi dla logiki borykał się przy okazji spisywania swoich rozpraw, tzw. *Dialogów* [Platon był założycielem pierwszej publicznej wyższej uczelni tzw. Akademii. Mając 81 lat zmarł przed naszą erą w roku 347. Urodził się tuż po śmierci Peryklesa, czyli w roku 428 p.n.e. Perykles żył w latach od około 500 do 429 p.n.e.]. Prawie wszystkie zachowane rozprawy Platona doczekały się wydań w języku polskim. Wraz z komentarzami tłumacza są one powszechnie dostępne. Rozprawy Platona, to jedne z najstarszych dzieł literackich. Z tych rozpraw, rozpraw jego uczniów [np. Arystoteles], komentatorów albo naśladowców, będziemy wyłuskiwali aspekty kontrowersyjne, lecz zdumiewająco trafne, które naszym zdaniem były i są nadal ważne.

[Język rodzimy] Dialogi Platona zostały spisane po grecku, ale na zasadzie dobrego przykładu zacytujmy fragment przedmowy z książki „*Zarys historii filozofii*" wydanej w 1925 przez „Księgarnię Polską na Śląsku, S.A. z Katowic. W. Heinrich, autor tego zarysu pisze:
Tego co posiada każda literatura zachodnio-europejska, tłómaczeń [tłumaczeń] *dzieł wybitniejszych filozofów, nie posiadamy po polsku.* (…) *Zaczęły wychodzić tłómaczenia dzieł Platona, dokonane przez Witwickiego, miejmy nadzieję, że obejmą całość.*
To kolejny dobry przykład. Zasady pisowni, nawet cały język mogą ulegać ciągłym zmianą. Np. pisownia *tłómaczeń* lub *tłumaczeń*, czego zautomatyzowany edytor nie chce tolerować i

często poprawia „ó” na „u”. Ale, zasady i reguły logiki być może zawsze pozostają takie same. One są niezależne od języka, w którym bywają wypowiadane.

[Logiczny słowniczek] Będziemy także cytowali innych autorów. Zacznijmy od kilku definicji przepisanych ze *„Słownika Języka Polskiego”*, wydanie z 1978 roku.

Logika - *dyscyplina należąca do nauk filozoficznych, normatywna nauka o formach poprawnego myślenia, obejmująca obecnie logikę formalną, semantykę logiczną teorię wnioskowania indukcyjnego, metodologię nauk oraz pewne zagadnienia techniki pracy umysłowej i erystyki; w węższym znaczeniu logika formalna; poprawne myślenie, właściwe rozumowanie, zdrowy rozsądek.*

Informatyk - *specjalista w zakresie informatyki.*

Informatyka - *dyscyplina naukowa zajmująca się zastosowaniem maszyn matematycznych; dyscyplina naukowa zajmująca się teorią informacji naukowej, technicznej i ekonomicznej.*

[O duszy] Co to takiego poprawne myślenie, właściwe rozumowanie, zdrowy rozsądek? Dowolna osoba: istota rozumna; powinna wypracować własny zakres znaczeniowy tych pojęć. Te pojęcia zawsze muszą być rozumiane w zabarwieniu subiektywnym lub ideologicznym, gdy tak samo rozumie je większa grupa osób. Jednakowe lub podobne rozumienie zdrowego rozsądku to ważna cecha identyfikująca grupę. W duchu tego wstępnego komentarza dodajmy kilka definicji właściwych dla tego wykładu.

Dusza – niezbędny element istoty - podlegającej uczuciu pożądania, obdarowanej zmysłem dotyku: zmysłem kontrolującym przestrzeń niezbędną dla tej istoty.

Informacja - wiedza zmniejszająca poziom niepewności lub zwiększająca poziom zaufania.

Informatyk - specjalista w zakresie budowy i użytkowania komputerów.

Informatyka - wiedza niezbędna przy stosowaniu maszyn matematycznych: nauka zajmująca się teorią użytkowania komputerów.

Logika – **nauka o formach poprawnego oraz racjonalnego myślenia wspólnego dla wszelkich istot rozumnych. Część matematyki, którą zwykło się zakładać jako warunki niezbędne dla skutecznego komunikowania się.**

Maszyna – urządzenie zdolne do wykonywania jakiś czynności, ale pozbawione duszy.

Maszyna matematyczna – maszyna wykonująca algorytmy: komputer.

Matematyk – specjalista w zakresie matematyki.

Matematyka – nauka o formach poprawnego i racjonalnego myślenia: niezawodnego oraz abstrakcyjnego myślenia.

Statystyka – sztuka wydobywania informacji z danych: nauka zajmująca się zastosowaniami matematyki.

[Timajos, wędrówka dusz] Pojęcie duszy wymaga dodatkowego komentarza. Dlatego, że właściwości duszy bywają różnie precyzowane zależnie od wyznawanego światopoglądu. Tradycyjnie właściwości duszy są wyprowadzane z obowiązujących dla określonej grupy mitów oraz dogmatów. Dla przykładu przytoczmy z dialogu Platona „*Timajos*” trzy fragmenty, które nadal dla wielu są jak najbardziej aktualne i żywotne:

Potem, połączywszy wszystkie razem, podzielił je na tyle dusz, ile jest gwiazd. Wyznaczył jedną duszę dla każdej gwiazdy. (…)

Jeśli ludzie zapanują nad tymi skłonnościami, będą żyli w sprawiedliwości. Jeśli, przeciwnie, zostaną przez nie opanowani, będą żyli w niesprawiedliwości. Ten, kto będzie żył dobrze przez czas oznaczony, powróci mieszkać do swojej gwiazdy i będzie prowadził na niej *życie szczęśliwe, podobne do życia tej gwiazdy. Przeciwnie, kto by nie osiągnął tego celu, podlega metamorfozie i w drugiej generacji urodzi się w naturze kobiecej; potem, gdyby się zmieniał, odpowiednio do swego zepsucia, za każdym razem w taką naturę zwierzęcą, która jest podobna do jego naturalnej skłonności. Nie przestanie cierpieć w swych wcieleniach, dopóki nie powróci do pierwszego i lepszego usposobienia, nie podda się* (...)

Wszyscy mężczyźni, którzy byli tchórzliwi i żyli niegodziwie, w swym drugim życiu zmienili się, zgodnie z prawdopodobieństwem, w kobiety. A kto się i w tych warunkach jeszcze zła nie pozbędzie, ten zależnie od tego, jak grzeszył, na podobieństwo tego, jak się jego charakter rozwijał, jakąś taką zawsze przyjmie naturę zwierzęcą (…)

[Ćwiczenia] Czy na podstawie wyżej zacytowanego tekstu można Platonowi przypisać tzw. antyfeminizm? Przetestuj swoje rozumowanie przy założeniu, że jest to alegoria do sposobów walki typowych dla hoplitów [Hoplici to grecy żołnierzy, którzy walczyli zwykle obciążeni zbroją ważącą około 50 kilogramów] walczących w szyku zwanym falangą.

Jakie aspekty duszy przetrwały i są żywotne od czasów Platona? Omów epitety wykorzystujące nazwy zwierząt: baran, byk, dinozaur, dudek, gad, gęś, glista, gołąb, foka, hiena, jastrząb, jeleń, kociak, kogut, konik, koza, kret, krowa, kura, lew, lwica, lis, jaskółka, mamut, mors, motyl, mrówka, niedźwiedź, orzeł, osa, osioł, pająk, papuga, pies, piskorz, pluskwa, pszczoła, robak, ropucha, sęp, skunks, słoń, szakal, szczur, świnia, tchórz, trusia, truteń, wilk, wieprz, wirus, wół, wydra, żmija.

[Arystoteles, a dusza] Dla nas pojęcie duszy jest niezbędne. Bez niego nie potrafimy wyjaśnić, czym jest jednostka. Skąd wzięła się liczba jeden? Co to takiego jeden? Dla wielu dusza jest cechą, która odróżnia maszynę od istoty ożywionej. Jednostka [istota rozumna] posiadająca duszę zwykle bywa określana jako istota żywa. Taka istota to pierwowzór liczby jeden. Pozostawiamy teologom rozważania, kiedy istota rozumna jest żywa. Przyjmijmy jednak, że istota żywa niekoniecznie jest rozumna. Dodajmy, że poeci duszę zwykli nazywać sercem. To jest trafna obserwacja, bo serce jako pompa zasilająca układ krwionośny kontroluje przestrzeń niezbędną dla każdego zwierzęcia. Jednakże serce – za wyjątkiem fantazji poetyckiej; nie podlega uczuciu pożądania. Przyjmijmy także umowę, że gdy będziemy mówili o duszy lub duchu, to będziemy mieli na myśli coś zbliżonego do serca rozumianego tak jakby było duszą. Właściwościami ewentualnego uczucia pożądania duszy bądź ducha nie będziemy się interesowali. Wiele z rozważanych właściwości duszy zaczerpniemy z rozprawy Arystotelesa „*O duszy*". Od Arystotelesa i jego kontynuatorów będziemy się różnili brakiem konsekwencji wynikających z tego, co o pożądaniu duszy zwykło się przyjmować za oczywistość lub zakładać jako rzeczy powszechnie znaną i uznawaną za oczywistą. Przyjmujemy, że dusza zawsze składa się z myśli. W gruncie rzeczy bezduszność – lub chorą duszę, będziemy utożsamiali z bezmyślnością..

[Gust, styl, konwenans] Dusza składa się z myśli. Takie myśli można wypowiedzieć. Można je także zapisać. Jak wyróżniać myśli, z których składa się dusza odróżniająca informatyka od maszyny, przy której lub z którą on zwykle pracuje? Spróbujemy określić właściwości duszy w jej użytecznym odcieniu. Potocznie taki odcień należałoby nazywać gustem lub stylem. Być może z punktu widzenia programisty dusza powinna rozróżniać algorytmy. Te z dobrą duszą będą szybsze? Dusza teorii: *duch teorii*; to rodzaj przewodnika ułatwiającego zrozumienie wewnętrznej struktury teorii. Zwykle jest to kilka, kilkanaście lub kilkadziesiąt konwenansów, które ułatwiają komunikowanie oraz posługiwanie się teorią.

[Przykład] W matematyce szkolnej przy okazji rozwiązywania równań stosujemy oznaczenia: zmienne rzeczywiste to x, y, t lub z, chociaż czasami zmienne możemy oznaczać literami indeksowanymi liczbami naturalnymi; stałe to ***p, q, r*** lub ***s***, możliwy jest także styl, gdy stałymi są zawsze początkowe litery alfabetu, a więc ***a, b, c*** lub ***d***; litery *i, j, k, n, m* stosujemy do oznaczania liczb naturalnych, przy czym gustowniej jest, gdy *n* oraz *m* oznaczają zmienne wolne, zaś *i, j* lub *k* zmienne związanie.

[Układ równań liniowych] Pomyślmy sobie układ równań liniowych z jednym rozwiązaniem 1 = x = y = z = t = u. Mógłby to być układ

$$\begin{aligned} x + y + z + t + u &= 5; \\ -x + y - z + t - u &= -1; \\ -x - y + z + t + u &= 1; \\ x - y + z - t - u &= -1; \\ x - y - z + t + u &= 1. \end{aligned}$$

Znając rozwiązania tego układu tworzymy jego macierz rozszerzoną, którą przekształcamy. Wyrazy wiersza mnożymy przez liczbę różną od zero a następnie dodajemy wyraz po wyrazie do drugiego wiersza. Wyniki dodawań wpisujemy w miejsce drugiego wiersza. Czyli mamy

1	1	1	1	1	5	(przepisujemy)	1	1	1	1	1	5
-1	1	-1	1	-1	-1	(dodajemy I + II)	0	2	0	2	0	4
-1	-1	1	1	1	1	(dodajemy I + III)	0	0	2	2	2	6
1	- 1	1	-1	-1	-1	(dodajemy III +IV)	0	-2	2	0	0	0
1	- 1	-1	1	1	1	(dodajemy III +V)	0	-2	0	2	2	2

	1	1	1	1	1	5		1	1	1	1	1	5
((II +IV)/2)	0	0	1	1	0	2		0	1	0	1	0	2
(III/2)	0	0	1	1	1	3	(III –II)	0	0	0	0	1	1
(IV/2)	0	-1	1	0	0	0		0	-1	1	0	0	0
((II+V)/2)	0	0	0	2	1	3		0	0	0	2	1	3.

Z trzeciego wiersza odczytujemy u = 1. Następnie z piątego wiersza wyliczamy t = 1. Gdy w drugim wierszu podstawimy jedynki za u oraz t, to mamy y =1. Z czwartego wiersza wnioskujemy z =1. Wreszcie na podstawie wiersza pierwszego wyliczamy x = 1. Znaliśmy rozwiązania układu równań, a więc prosto sprawdzamy, że przy przekształcaniu macierzy rozszerzonej, nie udało się nam popełnić błędu.

[Ćwiczenie] Wypisz pięć równań liniowych o współczynnikach, które są cyframi. Następnie zmierz czas, jaki będziesz potrzebował, aby znaleźć rozwiązania jedynie przy pomocy kartki i ołówka. W takim ćwiczeniu wystarczy bezbłędnie wykonać, co najwyżej kilkadziesiąt operacji arytmetycznych oraz w odpowiednie miejsce wpisywać wyniki tych operacji. Zalecamy to ćwiczenie jako trening pozwalający usunąć nadmierną skłonność do wadliwego wpisywania danych. Szybkość wykonywaniu tego ćwiczenia jest miernikiem sprawności umysłowej oraz umiejętności posługiwania się pismem.

[Logika, Matematyka, Statystyka] Konwenansami precyzującymi właściwości duszy tego wykładu będą zawierania

Logika $\subset$ Matematyka $\subset$ Statystyka.

Użyte tu nazwy mają subiektywne zabarwienie, ale spróbujemy używać je w ich pierwotnym – być może współcześnie zapomnianym, znaczeniu. Także w pojęciu duszy spróbujemy ustalić nie tylko mistyczne jej aspekty, o których mowa u Arystotelesa w rozprawie „*O duszy*". Chcemy, aby tak rozumiana dusza odzwierciedlała trzy poziomy zaufania do abstrakcyjnego myślenia. Te poziomy to: **mamy wiedzę; mamy wiedzę i potrafimy z niej korzystać; mamy wiedzę, potrafimy z niej korzystać, ale dla odniesienia istotnych korzyści liczymy na brak pecha**. Światopoglądy kwestionujące którąkolwiek z relacji w tej duszy, tj. zawieranie logiki przez matematykę oraz zawieranie matematyki przez statystykę, zaliczamy do właściwości przyporządkowywanych nieukom. *Nieuctwo* jest towarem, który często bywa sprzedawany jako „skuteczniejsza metodologia dociekania prawdy". Nasza dusza pożąda stosownego rozumienia pojęć: poprawne myślenie, racjonalne myślenie, właściwe rozumowanie, zdrowy rozsądek. Jest ona także podmiotem konkurującym z innymi formami dusz nieuctwa.

[Arystoteles o nieuctwie] Niektóre właściwości nieuctwa objaśnijmy cytatem z „M*etafizyki*" Arystotelesa*:*

Dlatego też trudności podnoszone przez szkołę Antystenesa oraz innych tego rodzaju nieuków mają pewne usprawiedliwienie. Twierdzą oni mianowicie, że nie można zdefiniować istoty rzeczy, bo definicja jest „rozwlekłym nagromadzeniem wyrazów" i że o rzeczy można tylko potwierdzić jakiego jest rodzaju.

Nieuctwo jest powodem udzielania rozwlekłych oraz pokrętnych odpowiedzi. W konsekwencji dominująca metodologia dociekania prawdy, to lista kolejnych życzeń, które powstają pod wpływem dowolnie interpretowanych, dopuszczanych lub zakazywanych zależności przyczynowo skutkowych.

[Zdrowy Rozsądek] Do przeciwieństw nieuctwa zaliczmy **zdrowy rozsądek.** W tym momencie możemy mieć problem. Cóż to takiego zdrowy rozsądek? Może to facet, którego znają tylko niektórzy. Inni, co go nie znają, nie mogą go bezpośrednio zapytać i wysłuchać, co mówi Zdrowy Rozsądek. Chcielibyśmy, aby logika była rozważaniami o zdrowym rozsądku. Jednakże gdyby takie rozważania były jedynie monologiem, to interpretacja zdrowego rozsądku jako faceta, którego „mądrzy" ludzie po znajomości cytują zaczyna być wielce prawdopodobna. Dostrzegł to Platon i - być może dlatego, swoje rozważania o logice spisał w postaci dialogów. Zalety dialogu doceniał także Galileusz. Swoją filozofię wykładał także w postaci dialogów z Prostaczkiem. Chyba się tym naraził Inkwizycji? Bo w usta Prostaczka wkładał wypowiedzi, które bywały kojarzone z wpływowymi osobistościami. My też spróbujemy porozmawiać o logice!!!

[Ćwiczenie] Oto alfabetyczna lista słów, które bywają używane przy okazji rozmowy o logice. Czy znasz ich znaczenie? Spróbuj spisać słownik, który wyjaśni znaczenie tych słów. Sprecyzuj zasady, jakie należałby przyjąć przy tworzeniu takowego słownika tak, aby był on komunikatywny.

[Słowa związane z logiką] *Abstrakcja, absurd, aksjomat, aksjomatyka, alfabet, algebra, algorytm, alternatywa, analogia, antylogizm, antynomia, a priori, atom***,** *błąd formalny, błędne koło, dedukcja, definicja, dialog, dowodzenie wprost, dowodzenie nie wprost, dowód, dualność, dylemat, dysjunkcja, efektywność, element, ekstensjonalność, erystyka, falsyfikacja, fałsz, formalizm, formuła, funkcja, funktor, grupa, hierarchia, hipoteza, identyczność, ignoratio denchi, iloczyn, implikacja, indukcja, indeks, inkluzja, interpretacja, interpunkcja, intuicjonizm, iteracja, język, kategoryczność, klasa, klasyczny rachunek zdań, kongruencja, koniunkcja, konkatenacja, konsekwencja, konstrukcja, kontrapozycja, kryterium, kwantyfikator, lemat***,** *liczba, logika, metajęzyk, metalogika, metodologia, minimum, model, modus ponedo ponens, monolog, należenie, nazwa, negacja, nierozstrzygalność, niesprzeczność, niezależność, niezupełność, nonsens, odwrotność, operacja, opis, paradoks, paralogizm, pełność, pewnik, podstawianie, podział, pojęcie, poprzednik, prawda,* *prawdopodobieństwo, prawo, prawo Dunsa-Scotusa, prawa de Morgana, prawo exportacji, prawo importacji, prawo komutacji, prawo podwójnego przeczenia, prawo symplifikacji, prawo sylogizmu warunkowego, prawo łączenia następników, prawo łączenia poprzedników, prawo transpozycji, prawo wyłączonego środka, predykat, przekrój, redukcja, reguła, rekurencja, relacja, rodzina, rozstrzygalność, rozszerzenie, równoważność, różnica, semantyka, semiotyka, sensowność, słowo, spełnianie, spójnik, sprzeczność, stała, suma, superpozycja, supozycja, sylogizm, syntaktyka, system, tautologia, teoria, term, teza, tożsamość, twierdzenie, uniwersum, uporządkowanie, uzasadnienie, warunek, wnioskowanie, wynikanie, wyraz, zakres, zależność, założenie, zaprzeczenie, zasada, zawieranie, zbiór, zdanie, złożenie, zmienna, zmienna wolna, zmienna związana, zupełność.*

[Grafy jako najprostszy system relacyjny] Omówimy twierdzenie Turana o grafach jako przykład objaśniający zawierania: logika $\subset$ matematyka $\subset$ statystyka. Do logiki tego przykładu zaliczamy informacje historyczne zawarte w literaturze. Przykładowo, twierdzenie po raz pierwszy zostało opublikowane w pracy P. Turana „*On an extremal problem in graph theory*", Math. Fiz. Lapok 48 (1941), 436 – 452. Jego dokładniejsze omówienie, w tym kilka różnych dowodów, można znaleźć książce M. Aigner, G. M. Ziegler, „*Dowody z Księgi*" PWN (2002). Wydanie to jest tłumaczeniem z wersji angielskiej „*Proofs from THE BOOK*" wydań z 1998 lub 2001 roku. Graf to najprostszy system relacyjny. Jest to zbiór wraz z relacją dwuargumentową na tym zbiorze. Jeśli relacja jest symetryczna, to taki graf jest nazywany grafem prostym. Pojęcie relacji symetrycznej jest być może jest zbędne, bo skutkuje ono dodaniem przymiotnika prosty po słowie graf. Najprościej należałoby powiedzieć tak. Graf jest to zbiór, z wyróżnioną podrodzinę jego dwuelementowych podzbiorów.

[Logika przykładu] Do logiki zaliczamy także język, w którym będziemy omawiali twierdzenie. Musimy ustalić słowa i pojęcia, które przyjmujemy jako powszechnie znane, a więc ich znaczenia nie precyzujemy, ale takowe znaczenie objaśniamy poprzez stosowne użycie słów. Następnie objaśniamy pojęcia specyficzne i niezbędne dla mówienia o rozważanych sprawach. W omawianym przykładzie takimi specyficznymi pojęciami są: **Graf, wierzchołek, krawędź** oraz ***p*-klika.** Graf to zbiór wierzchołków połączonych krawędziami. Krawędzie to odcinki [bądź łuki], których końce to wierzchołki. Krawędzie, poza końcami, są rozłączne z innymi krawędziami. Zbiór złożony z $p > 2$ wierzchołków nazywamy *p-kliką*, gdy każda para wierzchołków z tego zbioru jest połączona krawędzią należącą do grafu. Symbole i oznaczenia wykorzystywane w przy omawianiu twierdzenia Turana to także fragment logiki, ale będziemy je wprowadzali w miarę potrzeb.

[Matematyka w przykładzie] Na pograniczu logiki, choć raczej jest to już matematyka, leżą zapytania, na które chcielibyśmy znać odpowiedź. Gdy graf ma *n* wierzchołków i nie zawiera *p*-kliki, to naturalne są dwa pytania. Jak wiele krawędzi może mieć taki graf? Jak zbudowany jest graf o maksymalnej ilości krawędzi? Precyzyjne [w tym uzasadnienia, czyli dowody] odpowiedzi na takie pytania to już matematyka.

[**Oznaczenia]** Przyjmijmy następujące oznaczenia: **G** niech oznacza rozważany graf; E(**G**) zbiór wszystkich krawędzi grafu **G**; przez |A| oznaczamy ilość elementów zbioru A, czyli |E(**G**)| to ilość krawędzi w grafie **G**; jeśli krawędź o końcach [wierzchołkach] *a* i *b* należy do E(**G**), to piszemy $ab \in$ E(**G**); gdy w E(**G**) nie ma krawędzi o końcach *a* oraz *b*, to piszemy $ab \notin$ E(**G**); przez $d(a)$ oznaczamy liczbę krawędzi wychodzących z wierzchołka *a*. Oznaczenia to zwykle swobodny wybór autora tekstu, ale znacznie lepsze są oznaczenia, o ile zachowują one tradycyjne konwenanse.

Lemat 1. *Załóżmy, że graf* **G** *ma n wierzchołków, nie zawiera p-kliki oraz ma maksymalną ilość krawędzi. Wtedy w* **G** *nie ma trójki wierzchołków (a,b,c) takiej, że* $ab \in$ E(**G**), $ac \notin$ E(**G**) *oraz* $bc \notin$ E(**G**).

Dowód. Przypuśćmy, że są wierzchołki (*a,b,c*) takiej, że $ab \in$ E(**G**), $ac \notin$ E(**G**) oraz $bc \notin$ E(**G**). Gdy d(c) < d(a) lub $d(c) < d(b)$, to możemy założyć, że $d(c) < d(a)$ [Dlaczego bez straty ogólności?]. Wtedy usuwamy wszelkie krawędzie wychodzące z wierzchołka *c*. A następnie łączymy wierzchołek *c* krawędziami z tymi wierzchołkami, z którymi wierzchołek *a* jest połączony krawędziami. Przebudowany graf nadal nie zawiera *p*-kliki, ale za to ma więcej krawędzi niż ich było w **G**. Dostaliśmy sprzeczność z maksymalną ilością krawędzi w **G**, a więc powinno zachodzić $d(c) \geq d(a)$ oraz $d(c) \geq d(b)$. Gdyby jednak tak było, to wymieniamy wszelkie krawędzie wychodzące z wierzchołków *a* oraz *b*. W zamian łączymy te wierzchołki krawędziami z tym wierzchołkami, z którymi wierzchołek *c* jest połączony krawędziami. Tak przebudowany graf nadal nie zawiera *p*-kliki, ale ma o jedną krawędź więcej niż **G** [krawędź *ab* w przebudowanym grafie jest podwojona!]. Ponownie dostaliśmy sprzeczność, która kończy dowód lematu. $\perp$

Na podstawie Lematu 1 wierzchołki grafu **G** możemy podzielić na rozłączne podzbiory. Aby się o tym przekonać, musimy popisać się niewielkimi umiejętnościami matematyczny. Musimy dokładniej sprecyzować podział wierzchołków na podzbiory rozłączne. Robimy to tak. Bierzemy wierzchołek *x* należący do grafu **G**. Następnie ustalany podzbiór V złożony z wszystkich takich wierzchołków, które nie są połączone krawędzią z wierzchołkiem *x*. Mamy $x \in$ V oraz $x \neq y \in$ V $\Rightarrow$ $xy \notin$ E(**G**). W zbiorze V nie ma dwóch wierzchołków, które byłyby połączone krawędzią - to gwarantuje Lemat 1 w przypadku $x=c$ oraz $y=a$. Gdy z grafu **G** usuniemy wierzchołki należące do V, to rozumowanie możemy powtórzyć. Ale, **G** ma skończoną ilość wierzchołków, a więc rozumowanie możemy powtarzać jedynie skończenie wiele razy, za każdym razem wskazujemy nowy podzbiór podziału. Tak powstały podział wierzchołków oznaczamy P(**G**). Sprawdzamy, że wierzchołki *a* oraz *b* należą do tego samego elementu podziału P(**G**), gdy krawędź *ab* nie należy do E(**G**). [Czy rysunki poprawiają klarowność dotychczasowych rozumowań?]

Twierdzenie 2. *Gdy* $n \geq p$, *graf* **G** *ma n wierzchołków,* **G** *nie zawiera p-kliki oraz* **G** *ma maksymalną ilość krawędzi, to jego wierzchołki są podzielone na (p-1) zbiorów, które tworzą rodzinę* P(**G**). *Przy czym dla dowolnego* V $\in$ P(**G**) *nie ma w* E(**G**) *krawędzi pomiędzy wierzchołkami należącymi do V; zaś każde dwa wierzchołki należące do różnych zbiorów z* P(**G**) *są połączone krawędzią należącą do* E(**G**).

Dowód. Podział P(**G**) został zdefiniowany tak, że dla dowolnego V $\in$ P(**G**) nie ma w E(**G**) krawędzi pomiędzy wierzchołkami należącymi do V. Zaś gdy wierzchołki a oraz b należą do różnych zbiorów z P(**G**), to nieprawdą jest, iż ab $\notin$ E(**G**), a więc ab $\in$ E(**G**). Gdyby w P(**G**) było mniej niż (p-1) podzbiorów, to graf **G** nie **z**awierałby nie tylko p-kliki, ale nie zawierałby także mniej licznych klik. Wtedy wystarczy ustalić wieloelementowy zbiór V $\in$ P(**G**), ustalić wierzchołek a $\in$ V, a następnie połączyć a krawędziami z pozostałymi wierzchołkami [należącymi do V] grafu **G**. Tak przebudowany graf nie będzie zawierał p-kliki oraz będzie przeczył założeniu o maksymalnej ilości krawędzi w grafie **G**. $\perp$

Twierdzenie 2 możemy jeszcze bardziej uszczegółowić. Do tezy twierdzenia 2 możemy dodać:

Wniosek 3. *Dowolne dwa zbiory należące do* P(**G**) *różnią się, co do ilości elementów, o co najwyżej jeden. Innymi słowy, gdy* $n = k\,(p-1) + t$, *to P(**G**) zawiera (p- t- 1) podzbiorów k elementowych oraz t podzbiorów (k+1) elementowych.*

Dowód. Niech podzbiory V oraz W należą do P(**G**). Gdyby w V było o dwa wierzchołki więcej niż w W, to jeden z wierzchołków z V przenosimy do W, czyli usuwamy wszystkie krawędzie wychodzące z takiego wierzchołka i zastępujemy je krawędziami łączącymi ten wierzchołek z wszystkimi wierzchołkami **G**, które nie należą do W. Tak przebudowany graf nie będzie zawierał p-kliki oraz będzie przeczył maksymalnej ilości krawędzi w **G** [będzie miał o |V| - |W| +1 krawędzi więcej]. Drugie zdanie wniosku, to konsekwencja jednoznaczności dzielenia liczby naturalnej *n* przez liczbę naturalną *p-1* [*t* jest resztą z takowego dzielenia]. ⊥

Matematykowi pozostała jeszcze jedno. Pozostało wyliczyć - podać wzór zależny od *n* oraz *p*; dokładną maksymalną ilość krawędzi w grafie o *n* wierzchołkach, nie zawierającym *p*-kliki. Gdy (*p*-1) dzieli *n*, to stosowne rachunki są proste.

Wniosek 4. *Gdy* (p-1) *dzieli* n, *to graf o* n *wierzchołkach nie zawierający* p-*kliki ma* $\frac{n^2}{2}\cdot\frac{p-2}{p-1}$ *krawędzi lub mniej.*

Dowód. Zachodzi n = k (p-1), a więc - na podstawie twierdzenia 2; *n* wierzchołków grafu **G,** o maksymalnej ilości krawędzi oraz nie zawierającego *p*-kliki, rozdzielamy pomiędzy *k* elementowe podzbiory rodzimy P(**G**). Wtedy

$$|E(\mathbf{G})| = \frac{n(n-1)}{2} - \frac{k(k-1)}{2}\cdot(p-1) = \frac{n}{2}(n-k) = \frac{n}{2}(n-\frac{n}{p-1}) = \frac{n^2}{2}\cdot\frac{p-2}{p-1}.$$

Oczywiście, z powodu maksymalnej ilości krawędzi w E(**G**), dla innych grafów $\mathbf{G}^*$, spełniających założenia tego wniosku, liczba $|E(\mathbf{G}^*)|$ może być tylko mniejsza. ⊥

Rozważania matematyczne zakończmy ćwiczeniem, które pozostawiamy czytelnikowi jako test weryfikujący dotychczasowe rozumienie matematycznych aspektów naszych rozważań. W ćwiczeniu tym trzeba znaleźć najprostsze rozumowanie, które uzasadni opuszczenie założenia, iż (*p*-1) dzieli *n*.

Ćwiczenie 6. Uzasadnij, że: *Graf o* n *wierzchołkach, który nie zawiera* p-*kliki ma co najwyżej* $\frac{n^2}{2}\cdot\frac{p-2}{p-1}$ *krawędzi.*

[Statystyka to zastosowania w formie analogii] Statystyka wokół twierdzenia Turana zaczyna się, gdy zechcemy to twierdzenie zastosować do rywalizacji sportowej lub jakiejś innej formy rywalizacji, przykładowo do konkurencji na rynku pracy lub innych rynkach gdzie obowiązują jakieś tam prawa ekonomii. Oczywiście wierzchołki to rywalizujące podmioty. Krawędź pomiędzy wierzchołkami, to skłonność do zdecydowanego rywalizowania, zaś brak krawędzi to skłonność do kooperowania przy rywalizowaniu z innymi podmiotami. Im więcej krawędzi, tym rywalizacja ostrzejsza. Ale, gdyby każdy z każdym rywalizował, to mielibyśmy rywalizację *zacietrzewionych wariatów*, a więc jakieś koalicje rywalizujących podmiotów są raczej niezbędne. Gdy rywalizacja jest w miarę rozsądna, to rywalizujące podmioty dzielą się na równoliczne grupy kooperujących z sobą podmiotów, zwalczających solidarnie podmioty z innych grup. Tak jest, jeśli odpowiadający rywalizacji graf, to graf o maksymalnej liczbie krawędzi, ale przy założeniu braku zbyt licznych klik. W rzeczywistości sprawdzenie takiej właściwości odpowiedniego grafu bywa różnorodnie podporządkowywany jakimś tam oczekiwaniom. Rzadkością będzie powszechna zgoda, co do tego, jakie oczekiwania są właściwe! Kwestionowane będą także założenia, iż krawędź to rywalizacja; zaś brak krawędzi świadczy o kooperacji, itd.

[Samokontrola] W wymiarze sprawiedliwości rozłącznymi grupami są adwokaci, sędziowie i prokuratorzy. Powszechnie uważa się, że po to, aby sądy wydawały sprawiedliwe wyroki niezbędna jest rozłączność pomiędzy prawnikami wykonującymi te zawody. Ale w codziennym życiu często rozłączność nie wystarcza. Bo co to za sprawiedliwość, gdy adwokatem jest ojciec, sędzina to mama, zaś prokurator to teściowa. A czy będzie inaczej ze sprawiedliwością, gdy prokuratorem będzie żona, mąż, siostra lub brat? Powiązania rodzinne dość powszechnie są uważane za przyczyny tworzenia się koterii. Ale, koterie powstają także wtedy, gdy sprzyjają temu warunki ekonomiczne. Przykładowo, gdy korporacje prawników korzystają z monopolu [w tym przymus adwokacki w sprawach o kasację lub w skargach do Sądu Konstytucyjnego] niepodlegającego zewnętrznej kontroli. Wtedy samokontrola jest iluzją.

[Rywalizacja] Podobnie będzie z rywalizacją ekonomiczną, gdy wszelkie sprawy ekonomiczne kontroluje nomenklatura, czyli grupa kooperujących z sobą [mafia, tyrani!] osób. Innymi słowy, koteria chroniona przywilejami pozwalającymi swobodnie manipulować adwokatami, sędziami lub prokuratorami. Rządom mafii [tyranii] odpowiada graf **G** o właściwościach podobnych do tych, jakie ma graf o maksymalnej ilości krawędzi [Czy z tego może wynikać częste, ale złudne przekonanie o skuteczności mafii?]. Wierzchołki grafu dzielą się na podzbiory prawie jednoelementowe oraz jeden dość liczny podzbiór [ojcowie chrzestni mafii i ich zaufani ludzie]. Oczywiście pomiędzy wierzchołkami z różnych podzbiorów takiego podziału są krawędzie, czyli w grafie jest jedna bardzo liczna klika [tworzą tą klikę tyranii, zaś reszta społeczeństwa to izolowane jednostki]. W naszym nazewnictwie klika to zbiór rywalizujących z sobą - każdy z każdym – osobników. Używane w języku potocznym znaczenie kliki jako jedynego dużego podzbioru kooperujących z sobą mafiosów, w naszym przypadku, nie zastosowane. Być może odpowiedniejszym słowem w miejsce kliki, byłoby zgraja, a może banda, itd.

[Polityka] W społeczeństwach o ustabilizowanej demokracji zwykle tworzą się dwie partie polityczne, które co kilka lat wymieniają prawie wszystkich urzędników sprawujących władzę polityczną nad takim społeczeństwem. W takich społeczeństwach wierzchołki grafu rywalizacji politycznej obywateli rozpadają się na dwa duże zbiory oraz nieliczne małe grupki. Wtedy prawie nie ma 3-klik: Dowolna trzy osobowa grupa obywateli rzadko tworzy 3-klikę. Każdy z obywateli może kształtować swoją polityczną postawę wybierając pomiędzy kooperacją ze zwolennikami swojej partii lub rzucając się do rywalizacji z rywalami z konkurencyjnego ugrupowania. A gdyby mu żadna z takich możliwości nie odpowiadała, to może zostać niezależnym indywidualistom, reprezentującym poglądy mniejszościowe. Zauważmy, że uchodźcy polityczni ze społeczeństw rządzonych przez tyranów, zwykle są mocno skłóceni. Znaczy to, że kultywują [wywożą z ojczyzny] skłonność do tworzenia wielkich klik. Innymi słowy, tyrania [bądź mafia] to zwykle obca niezbyt liczna grupa, która rządzi walczącymi pomiędzy sobą każdy z każdym osobnikami! Tyran za wszelką cenę oraz wszelkimi możliwymi sposobami zwykle zwalcza wszelkie formy kooperacji wśród swoich poddanych. Oczywiście za wyjątkiem grup zajmujących się kwakierstwem: Tyran udaje sprawiedliwego, zaś oficjalna opozycja pozoruje krytykę wyczynów tyrana.

[Sport] W sportach zespołowych: piłka nożna, hokej; można czasami zaobserwować inną formę działania twierdzenia Turana. Gdy w trakcie meczu dwóch zawodników jednego zespołu zostanie usuniętych z boiska, to widowisko staje się żałosne. Grający w pełnym składzie zespół dostaje fory [korzysta z kar nałożonych na rywala], które tylko wielcy partacze nie potrafią zamienić na gole. Ale, gdy rywale tracą tylko jednego zawodnika, to słabszy przeciwnik może skonsumować fory jako własna przegraną. Wtedy mogą ujawnić się sprawy, o których mówi wniosek 3, a więc być może pomimo usunięcia jednego zawodnika rywalizują nadal zespołu o porównywalnych możliwościach!

[Zasobność] Pomówmy jeszcze o zastosowaniach do przestrzegania prawa własności. Dobra osobiste obywatela to wierzchołki grafu, pomiędzy którymi nie ma krawędzi. Krawędzie są zawsze pomiędzy dobrami osobistymi różnych właścicieli. Wtedy prawa własności są przestrzegane solidnie, o ile każdy z właścicieli ma sporo dóbr osobistych oraz wszyscy mają ich tyle, ile potrzebują. Gdy jest to bielizna osobista, to jedynie dewianci kolekcjonują obce fatałaszki. Zaś, gdy jest sporo takich, co prawie nic nie mają i trochę takich, co mają prawie wszystko, to [według co niektórych, kawał o Armii Czerwonej z czasów Związku Sowieckiego] wystarczy odgórnie [z mocy autorytetu ludzi władzy] ustalić, kto z kim oraz jak często będzie zamieniał się majtkami. Będą przy tym oszczędności, bo pranie bielizny będzie można wysoko opodatkować jako luksus!!?

[Mojżesz i Dekalog] Zauważmy, że w Mojżesz w Dekalogu zakazuje kradzieży – dotyczy rzeczy, które nabywamy w wyniku rywalizacji ekonomicznej. Rywalizacja o dobra osobiste jest ograniczana przykazaniami, w których ustanowiono zakazy w formie nie pożądaj.

[Demokracja, a klasa średnia] W starożytnych Atenach demokracja została wymyślona przez wolnych obywateli i dla wolnych obywateli. W czasach współczesnych odpowiednikiem ateńskiego obywatela jest przedstawiciel klasy średniej. Podobnie jak rozważania Platona o filozofii były kierowane do dzieci wolnych obywateli, tak nasze rozważania są skierowane do adeptów klasy średniej. Doprecyzujmy to, jak rozumiemy przynależność do klasy średniej. Typowy przedstawiciel klasy średniej zarabia tyle, ile potrzebuje dla siebie i swojej rodziny. Oznacza to, że ma obszerne mieszkanie wraz w wszelkimi niezbędnymi współcześnie urządzeniami. Posiada jakiś tam samochód [swobodę poruszania się] i przynajmniej raz w roku nie oszczędza na wakacyjnym wypoczynku. Innymi słowy, jest dobrze i stabilnie zabezpieczony finansowo, odpowiednio do swoich potrzeb. A do tego dysponuje wolnym czasem, w którym nie musi biegać za możliwością dodatkowego zarobkowania. Także nie zgromadził majątku na tyle dużego, że może się liczyć z tym, że będzie obrabowany. Te cechy są istotą nazwy klasa średnia. Znaczą ona to, że do klasy średniej musi przynależeć większość społeczeństwa, w którym obywatele są finansowo niezależni od kaprysów polityków trzymających władzę.