(VI)

Klasyczny rachunek zdań: prawda oraz niesprzeczność na przykładzie KRZ

[Początki KRZ] Dostosujmy nasze rozważania o prawdzie do potrzeb dokładniejszej analizy pojęć niesprzeczności oraz prawdy. Tym razem spróbujemy to zrobić na przykładzie klasycznego rachunku zdań, który zgodnie z tradycją przyjętą w literaturze będziemy oznaczali KRZ. Początki KRZ można znaleźć w rozprawach Arystotelesa, który opisał znane Platonowi, dokładniej mówiąc znane Akademii założonej przez Platona, sylogizmy. Teoria ta ma tą właściwość, że wszystkie przynależne do niej prawa można zapisać w postaci ciągu kolejno wypisywanych symboli: *sekwencji symboli*. Można o niej rozprawiać nie używając pisma. Jednakże umiejętność użycia języka pisanego jest sprawdzianem poprawnego korzystania z teorii. Odnotujmy jednak, że zbytnia wiara w umiejętności posługiwania się pismem, może być podstawą do za daleko idących roszczeń teoretycznych.

[KRZ, a nieuzasadnione roszczenia teoretyczne] W przypadku KRZ – opisującego, co najwyżej fragmenty wiedzy przynależny logice - nieuzasadnione roszczenia teoretyczne bywają wypowiadane, gdy powstaje wrażenie, iż KRZ zawiera prawie wszystko, co można [studentom oraz szeroko rozumianej publiczności interesującej się logiką] powiedzieć o zdrowym rozsądku. Przykładowo, gdy zdrowy rozsądek bywa oceniany jedynie poprzez sprawdzanie poprawność zastosowanych sylogizmów. Przy czym nie zauważa różnicy pomiędzy tempem wykładniczym, a tempem wielomianowym w szybkości działania algorytmów. Przypomnijmy, że z tempem wykładniczym mamy do czynienia gdy liczba obliczeń rośnie jak wielkość a^n, gdzie a jest wielkością stałą, zaś n liczbą zmierzającą do nieskończoności. Gdy a zmierza do nieskończoności, zaś n jest ograniczone, to a^n reprezentuje tempo wielomianowe.

[Tempo wykładnicze] Czasami tak to bywała, że weryfikacja prawdy w tempie wykładniczym bywa wyprowadzana z wierzeń [objawień] zapominającym o tym, że tempo wykładnicze szybko staje się praktycznie nieprzydatne. Tak bywa gdy czas potrzebny do wykonania niezbędnych obliczeń zaczyna być dłuższy niż historia Wszechświata. Przykładowo, tak jest gdy $a = 2$, zaś $n > 60$. Znana jest anegdota o twórcy gry w szachy, który zażądał za swoje zasługi zapłaty w formie ziaren pszenicy. Za każde kolejne pole szachownicy chciał dostać dwa razy więcej ziaren, zaczynając od jednego ziarna. Oczywiście taka zapłata za wymyślenie szachów była niemożliwa, gdyż liczba 2^{64} ziaren pszenicy to gigantyczna ilość pszenicy. Innymi słowy, to jest dobre, ale dla istoty, co szczyt [swojej?] doskonałości upatruje w byciu maszyną. Potrzeby korzystania z jakiegoś ducha lub duszy nie dostrzega.

[Brak pomysłowości] Krytykujemy mechanizm zgłaszania roszczeń oparty kiedyś na przekonaniu, że osoba umiejąca czytać to istota wyższego rzędu niż analfabeta. Zaś ktoś umiejący czytać i pisać, co musi być potwierdzone urzędowo opieczętowanymi certyfikatami, to istota tym wyższego rzędu im ważniejsze pieczęcie ma na certyfikacie. Oczywiście posiadacz takiego certyfikatu może wygłaszać piękne mowy. Będą to mowy poprawne pod wieloma względami. Być może ich twórca będzie miewał licznych wielbicieli. Jednakże od czasu do czasu ktoś mruknie, że taki mówca to rozkapryszony bubek lub coś innego. Coś, czego w przyzwoitym towarzystwie zwykle się nie powtarza. Zaś przysłowie: *Nie szata zdobi człowieka*; to tylko ironiczny komentarz w takiej materii. Innymi słowy, umiejętności czytania lub pisania często bywają wykorzystywane tak, jak to bywa z maszynami. Brak pomysłowości kamuflowany bywa rozwlekłością nawarstwiającą się w tempie wykładniczym. Wtedy rozwiązywanie problemów bywa odkładane do nieskończoności. Pomysłowość zaczyna się wtedy, gdy tempo wykładnicze zaczyna być zastępowane tempem wielomianowym. Formalnie znaczy to, że w wielkości a^n zwiększamy a [im większe a tym lepsza pomysłowość] dbając o to, aby n było co najwyżej kilkanaście.

[Język KRZ] Język potrzebny dla spisania KRZ jest jednym z najprostszych. Potrzebne są w nim symbole, które reprezentują zdania. Zwykle za takie symbole wystarczają litery alfabetu greckiego lub łacińskiego. Gdy zajdzie potrzeba użycia większej ilości różnych zdań, to zdania można oznaczać literami zaopatrzonymi w indeksy będące liczbami naturalnymi. Wystarczą dwa symbole oznaczające spójniki, czyli $\neg$ dla oznaczenia negacji oraz $\Rightarrow$ dla oznaczenia implikacji. Dodatkowo potrzeby jest jeden rodzaj nawiasów oraz symbol dla kropki. Nie każda sekwencja symboli jest zdaniem. Wśród wszelkich możliwych sekwencji wyróżniamy te, które reprezentują zdania.

[Zdania] Litery alfabetu to symbole, które reprezentują zdania. Takie zdania nazywamy *zdaniami elementarnymi*. Do zdań KRZ zaliczamy zdania elementarne oraz *zdania złożone*. Oba te rodzaje zdań nazywamy krótko *zdaniam*i. Zdania złożone, to sekwencje, które można utworzyć ze zdań elementarnych przy pomocy następujących reguł:

Jeśli **p** jest zdaniem, to sekwencja $\neg$(**p**) także jest zdaniem;

Jeśli **p** oraz **q** są zdaniami, to sekwencja **(p** $\Rightarrow$ **q)** także jest zdaniem.

[Zapisywanie, a odczytywanie] Przy korzystaniu z KRZ obowiązują dwa algorytmy. Jeden z ich to *algorytm zapisywania zdań*; zaś drugi to *algorytm odczytywania zdań*. Z powodu tych algorytmów potrzebne są nawiasy oraz kropka jako symbole zaznaczające końce lub początki sekwencji symboli, które reprezentują zdania.

Ćwiczenie. Przeanalizuj możliwości opisu algorytmów zapisywania zdań lub odczytywania zdań. Uwzględnij możliwości stosowania skrótów takich jak:

Stosujemy symbole {, } oraz [,] jako dodatkowe nawiasy;

Zamiast $\neg$(**p**) piszemy $\neg$**p**;

Zamiast ($\neg$**p)** $\Rightarrow$ **q** piszemy **p** $\vee$ **q -** a więc określamy alternatywę;

Zamiast $\neg$(**p** $\Rightarrow$ ($\neg$ **q))** piszemy **p** $\wedge$ **q -** a więc określamy koniunkcję;

Zamiast (**p** $\Rightarrow$ **q)** $\wedge$ (**q** $\Rightarrow$**p)** piszemy **p** $\Leftrightarrow$ **q -** a więc określamy równoważność.

[Odwracalność algorytmów] Zasady zapisywania i odczytywania zdań należących do KRZ można zmechanizować aż tak dalece, że wykonywanie takich czynności możemy zwykle uznawać za niezawodne. Z tego powodu KRZ wydaje się przeczyć poglądowi, że przy okazji rozpoznawania sekwencji symboli, które winne reprezentować zdania KRZ stykamy się z różnymi interpretacjami prawdy. Bo czy z jednym rodzajem prawdy mamy do czynienia, gdy algorytm zapisywania nakazuje nam uznać sekwencję symboli za zdanie? Zaś, gdy algorytm odczytywania nakaże nam uznać odczytywaną sekwencję za zdanie, to możemy mieć do czynienia z innym rodzajem prawdy? Kto kiedykolwiek miał do czynienia z pisaniem, to zetknął się z problemami braku tożsamości między tym, o czym chciałby napisać autor a tym, co z napisu po przeczytaniu może wnioskować zupełnie ktoś inny.

[Nadmierne zaufanie] Kłopoty z pisaniem oraz czytaniem zdań zwykle zaliczane są do spraw, dla których dominującym jest przekonanie, że powszechnie używane algorytmy pisania oraz czytania są niezawodne. Skoro one są niezawodne, to interpretacja prawdy jako stwierdzenia, że sekwencja symboli jest zdaniem; zaś fałszu jako stwierdzenia, że sekwencja symboli nie jest zdaniem, prowadzi do lekceważącego traktowania problemów związanych z niesprzecznością. Trochę rutyny w pisaniu oraz czytaniu szybko prowadzi do światopoglądu, w którym wszelkie zagadnienia dotyczące prawdy są rozwiązywalne przy pomocy wiary w jej oczywistą niesprzeczność gwarantowaną niezawodnością pisania bądź czytania. Oczywiście, że taka wiara bywa uzasadniona, gdy algorytmy zapisywania i odczytywania możemy wykonać krokami, które za każdym razem są odwracalne. Wtedy korzystając z odwracalności możemy sprawdzać poprawność ich wykonania. Jednakże gdyby takie sprawdzanie było uciążliwe lub niemożliwe, to lepiej skorzystać z następujących rad: By zyskać na klarowności lub wiarygodności, należy używać jak najkrótszych zdań; Jeśli chcesz coś przekazać pismem, to zapisz to jak najkrócej potrafisz; Gdy chcesz coś ważnego powiedzieć, to nie zaczynaj od nudzenia, bo słuchacze zasną mim dojdziesz do sedna, itd.

Ćwiczenia. Czy potrafisz podać przykłady nieuzasadnionych roszczeń teoretycznych opartych na przekonaniu, że sprawność w pisaniu oraz czytaniu: biegłość w wykorzystywaniu maszyn matematycznych; pozwala na zrozumienie i korzystanie z tzw. prawdy absolutnej. Czy brak duszy lub zła dusza [Cóż to takiego w dobie komputerów?] w tym o czym piszemy lub w tym co czytamy mogą mieć jakieś znaczenie? Na gruncie KRZ zdania „Kasia wyszła za mąż i urodziła córkę” lub „Kasia urodziła córkę i wyszła za mąż” jako koniunkcje są traktowane jako niosące taką samą informację. Czy w realnym życiu towarzyskim także?

[Formuły, tautologie] W KRZ poprawie zbudowane zdania: sekwencje symboli, które uznajemy za zdania; nazywamy formułami. Wśród formuł wyróżniamy tautologie [czasami zwane za Arystotelesem sylogizmami] z zamiarem, aby reprezentowały logiczną duszę dowolnego niezawodnego sposobu myślenia. W tekście pisanym jest to „logika” pojedynczego wywodu bądź kilku akapitów. **To nie jest głupie założyć, że każda istota rozumna jest wyposażona w duszę, która sama z siebie umie rozpoznawać tautologie**. Ale zgodziliśmy się wcześniej, że maszyny duszy nie mają. Jak nauczyć maszyny matematyczne rozpoznawania tautologii? Oczywiście należy zaproponować algorytmy, które takie maszyny będą mogły wykonywać. Zacznijmy od metody zwanej *zero-jedynkową*.

[Metoda zero-jedynkowa] Niech $\Psi = \Psi(p_1, p_2, \ldots, p_n)$ będzie formułą KRZ, w której zmienne $p_1, p_2, \ldots, p_n$ to wszystkie zdania elementarne występujące zapisie reprezentującym Ψ. Gdy w zapisie reprezentującym Ψ każde miejsce zajęte przez zdanie elementarne p_k wpiszemy liczbę i_k, która może być zerem lub jedynką, to napis $\Psi(i_1, i_2, \ldots, i_n)$ nazwiemy interpretacją formuły Ψ. Dla dowolnej interpretacji wyliczamy jej normę $\| \Psi(i_1, i_2, \ldots, i_n) \|$ według następujących zasad:

$\| 0 \| = 0$;

$\| 1 \| = 1$;
Jeśli $\| p \| = 1$; to $\| \neg p \| = 0$;
Jeśli $\| p \| = 0$; to $\| \neg p \| = 1$;
Jeśli $\| p \| = 1$ oraz $\| q \| = 1$, to $\| p \Rightarrow q \| = 1$;
Jeśli $\| p \| = 1$ oraz $\| q \| = 0$, to $\| p \Rightarrow q \| = 0$;
Jeśli $\| p \| = 0$ oraz $\| q \| = 1$, to $\| p \Rightarrow q \| = 1$;
Jeśli $\| p \| = 0$ oraz $\| q \| = 0$, to $\| p \Rightarrow q \| = 1$.

Mówimy, że formuła KRZ jest tautologią, gdy każda jej interpretacja ma normę 1. Gdy dysponujemy możliwościami wykonania algorytmu sprawdzającego normy wszystkich interpretacji formuły Ψ, to potrafimy o Ψ orzec czy jest tautologią. Stąd wynika, że dowolna formuła KRZ jest tautologią bądź nie jest tautologią.

Ćwiczenie. Czy umiesz zapisać algorytm, który niezawodnie wyliczy normę dowolnej interpretacji?

[Tempo wykładnicze w metodzie zero-jedynkowej] Jeśli uwierzymy w to, że dowolna dusza istoty rozumnej sama z siebie potrafi rozpoznawać tautologie, to trudno pogodzić się z tym, że takie rozpoznawanie oparte jest na metodzie zero-jedynkowej. Wraz z ilością zdań elementarnych występujących w zapisie reprezentującym formułę w sposób wykładniczy wzrasta ilość interpretacji, których normę trzeba wyliczyć: gdy formuła zawiera *n* zdań elementarnych, to ma ona 2^n różnych interpretacji. Gdy przyjmiemy założenie, iż sprawy rachmistrz może pomylić się raz na dwadzieścia obliczeń, to takowe założenie pociąga zadawalający poziom niezawodności dla formuł z co najwyżej kilkunastoma interpretacjami, a więc zbudowanych z mniej niż pięciu zdań elementarnych. Maszyny matematyczne mogą tak wyliczany poziom rozpoznawania tautologii znacznie poprawić.

[Metoda aksjomatyczna] Gdy zgodzimy się z tym, że maszyny duszy nie mają, to dostrzeżemy potrzebę programowania maszyn tak, aby potrafiły rozpoznawać tylko niektóre tautologie. Co więcej możemy wyobrazić sobie maszyny, które posługują się ustalonym zbiorem formuł tak, jakby był to podzbiór zbioru wszystkich tautologii. Dla takich celów nadaje się metoda aksjomatyczna. Dla KRZ wyróżniamy kilkanaście tautologii, które nazywamy aksjomatami. Następnie precyzujemy algorytmy, które zawierają zasady powiększania zbioru tautologii. Takie algorytmy nazywamy *regułami wnioskowania*. Formuła jest tautologią, gdy jest aksjomatem lub gdy reguły wnioskowania nakazują uznać ją za tautologię. Prześledźmy to na przykładzie aksjomatyki, której autorstwo bywa przypisywane J. Łukasiewiczowi i D. Hilbertowi. Do aksjomatów KRZ zaliczamy jako aksjomaty formuły:

Sylogizm hipotetyczny	$(p \Rightarrow q) \Rightarrow [(q \Rightarrow s) \Rightarrow (p \Rightarrow s)]$;
Prawo skracania	$[p \Rightarrow (p \Rightarrow q)] \Rightarrow (p \Rightarrow q)$;
Prawo poprzedzania	$p \Rightarrow (q \Rightarrow p)$;
Silne prawo transpozycji	$[(\neg p) \Rightarrow (\neg q)] \Rightarrow (q \Rightarrow p)$;
Prawa symplifikacji dla koniunkcji	$p \wedge q \Rightarrow p$ oraz $p \wedge q \Rightarrow q$;
Składniki pociągają alternatywę	$p \Rightarrow (p \vee q)$ oraz $q \Rightarrow (p \vee q)$;
Prawo mnożenia następników	$(p \Rightarrow q) \Rightarrow [(p \Rightarrow s) \Rightarrow (p \Rightarrow q \wedge s)]$;
Prawo dodawania poprzedników	$p \Rightarrow q) \Rightarrow [(s \Rightarrow q) \Rightarrow (p \vee s \Rightarrow q)]$;

Aksjomaty wprowadzające równoważność $(p \Leftrightarrow q) \Rightarrow (p \Rightarrow q)$, $(p \Leftrightarrow q) \Rightarrow (q \Rightarrow p)$ oraz $(p \Rightarrow q) \Rightarrow [(q \Rightarrow p) \Rightarrow (p \Leftrightarrow q)]$.

Reguły wnioskowania to *reguła odrywania*: Jeśli formuły φ oraz $\varphi \Rightarrow \psi$ są tautologiami, to formuła ψ jest także tautologią; oraz *reguła podstawiania*: Jeśli $\Psi(\mathbf{p})$ jest tautologią, w której **p** występuje zdanie elementarne, to $\Psi(\varphi)$ jest tautologią dla dowolnej formuły φ.

Ćwiczenie. Czy potrafisz wyprowadzić z aksjomatów następujące twierdzenia KRZ?

Silne prawo podwójnego przeczenia: $[\neg(\neg p)] \Rightarrow p$.
Słabe prawo podwójnego przeczenia: $p \Rightarrow [\neg(\neg p)]$.
Prawa transpozycji: $[p \Rightarrow (\neg q)] \Rightarrow [q \Rightarrow (\neg p)]$;
$(p \Rightarrow q) \Rightarrow [(\neg q) \Rightarrow (\neg p)]$;
$[(\neg p) \Rightarrow q] \Rightarrow [(\neg q) \Rightarrow p]$.
Prawo przepełniania: $p \Rightarrow [(\neg p) \Rightarrow q]$.
Słabe prawo redukcji do absurdu: $[p \Rightarrow (\neg p)] \Rightarrow (\neg p)$.
Moce prawo redukcji do absurdu: $[(\neg p) \Rightarrow p] \Rightarrow p$.
Prawo Pierce'a: $[(p \Rightarrow q) \Rightarrow p] \Rightarrow p$.
Prawo importacji: $[p \Rightarrow (q \Rightarrow s)] \Rightarrow [(p \wedge q) \Rightarrow s]$.
Prawo eksportacji: $[(p \wedge q) \Rightarrow s] \Rightarrow [p \Rightarrow (q \Rightarrow s)]$.
Prawo sprzeczności: $\neg [p \wedge (\neg p)]$.
Prawostronne mnożenie członów implikacji: $(p \Rightarrow q) \Rightarrow [(p \wedge s) \Rightarrow (q \wedge s)]$.
Lewostronne mnożenie członów implikacji: $(p \Rightarrow q) \Rightarrow [(s \wedge p) \Rightarrow (s \wedge q)]$.
Mnożenie implikacji stronami: $[(p \Rightarrow s) \wedge (q \Rightarrow t)] \Rightarrow [(p \wedge q) \Rightarrow (s \wedge t)]$ oraz
$[(p \Rightarrow s) \wedge (q \Rightarrow t)] \Rightarrow [(q \wedge p) \Rightarrow (t \wedge s)]$.

Prawo łączności dla koniunkcji: $[(p \wedge q) \wedge s] \Leftrightarrow [p \wedge (q \wedge s)]$.
Prawa wyłączonego środka: $p \vee (\neg p)$ oraz $(\neg p) \vee p$.
Prawostronne dodawanie członów implikacji: $(p \Rightarrow q) \Rightarrow [(p \wedge s) \Rightarrow (q \vee s)]$.
Lewostronne dodawanie członów implikacji: $(p \Rightarrow q) \Rightarrow [(s \vee p) \Rightarrow (s \vee q)]$.
Dodawanie implikacji stronami: $[(p \Rightarrow q) \wedge (s \Rightarrow t)] \Rightarrow [(p \vee s) \Rightarrow (q \vee t)]$ oraz
$[(p \Rightarrow q) \wedge (s \Rightarrow t)] \Rightarrow [(s \vee p) \Rightarrow (t \vee q)]$.
Prawo łączności dla alternatywy: $[p \vee (s \vee q)] \Leftrightarrow [(p \vee s) \vee q]$.
Rozdzielność operacji logicznych: $[p \vee (q \wedge s)] \Leftrightarrow [(p \wedge q) \vee (p \wedge s)]$ oraz $[p \wedge (q \vee s)] \Leftrightarrow [(p \vee q) \wedge (p \vee s)]$.
Prawa de Morgana: $[\neg(p \wedge q)] \Leftrightarrow [(\neg p) \vee (\neg q)]$ oraz $[\neg(p \vee q)] \Leftrightarrow [(\neg p) \wedge (\neg q)]$.

Ćwiczenia. Do każdej nazwanej wyżej tautologii dopasuj rozumowanie, które jest oparte na tej tautologii.

[O konsekwencji] Rozważmy pojęcie konsekwencji. Złóżmy, że X jest zbiorem formuł; zaś R rodziną reguł wnioskowania. Gdy $\varphi \in X$, to piszemy $\varphi \in Cn^0(X, R)$. Gdy $(p_1, p_2, \ldots, p_n, p) \in r$

$\in R$ oraz $\{p_1, p_2, \ldots, p_n\} \subseteq \mathrm{Cn}^n(X, R)$, to zapisujemy to jako $p \in \mathrm{Cn}^{n+1}(X, R)$. Następnie kładziemy

$$\mathrm{Cn}(X, R) = \bigcup \{ \mathrm{Cn}^n(X, R) \colon n = 0, 1, 2, \ldots \}.$$

Napis $\varphi \in \mathrm{Cn}(X, R)$ czytamy: Formułę φ można wywnioskować z formuł należących do X, używając reguł wnioskowana należących do R.

[Twierdzenie o dedukcji] Typowe zadaniem badawcze z użyciem pojęcia konsekwencji to wyszukiwanie układów aksjomatów A oraz rodzin reguł wnioskowania R spełniających twierdzenie o dedukcji:

$$\forall X \forall \varphi \forall \psi \{[\psi \in \mathrm{Cn}(X \cup A \cup \{\varphi\}, R)] \Rightarrow [(\varphi \Rightarrow \psi) \in \mathrm{Cn}(X \cup A, R)]\}.$$

Innymi słowy: Dla dowolnego zbioru formuł X jeśli formułę ψ można wywnioskować z formuł należących do $X \cup A \cup \{\varphi\}$, używając reguł wnioskowana z R, to implikację $\varphi \Rightarrow \psi$ można wywnioskować z formuł należących $X \cup A$, używając reguł z R. Dodajmy, że pierwsze twierdzenie tego rodzaju sformułował B. Bolzano w 1836 roku.

[Czy metoda zero-jedynkowa jest równoważna metodzie aksjomatycznej?]

Twierdzenie [E. Post (1921) o pełności KRZ]. *Tautologie to zbiór wszystkich formuł, które można wywnioskować z aksjomatów KRZ przy pomocy reguł odrywania i podstawiania*.

Przytaczamy twierdzenie Posta o pełności KRZ bez dowodu. Można się domyśleć, że dowód tego twierdzenia można uzyskać przy pomocy teorii zbiorów. Skoro tak, to musi on opierać się o schemat: *Załóżmy, że stosownie duży fragment teorii zbiorów* [na tyle duży, aby zawierał narzędzia i środki niezbędne do udowodnienia twierdzenia Posta] *jest niesprzeczny. Wtedy o formule umiemy stwierdzić, iż jest tautologią, gdy umiemy ją wywnioskować z aksjomatów KRZ przy pomocy reguł odrywania oraz podstawiania*. Ale skąd wiara w to, że niezbędny fragment teorii zbiorów jest teorią niesprzeczną? Czy każda istota rozumna jest obowiązana wierzyć w ducha, która taką wiarę uzasadnia?

[Prawo prawdziwe w dowolnej interpretacji] Powróćmy do różnych rodzajów prawdy, z jakimi możemy spotkać się przy okazji aktywności naukowej, badawczej, twórczej lub profesjonalnej. Z prawdą mamy do czynienia, gdy rozważamy fakty lub logiczne wnioski z faktów, których poprawność nie budzi wątpliwości. Prawda pojawia się także, gdy zdanie: prawo lub twierdzenie; jest prawdziwe w dowolnej interpretacji. No, ale interpretacja to tylko ideologia, która precyzuje szczegóły światopoglądu, czyli uzupełnia sposób postrzegania rzeczywistości. Dowolna istota rozumna, która żyje dostatecznie długo wie, że postrzeganie rzeczywistości musi być spowite jakąś ideologią. W przeciwnym przypadku bywa ono ubogie oraz niezbyt głębokie, a więc z takich przyczyn mało użyteczne. Ale istot rozumnych jest wiele, a możliwych światopoglądów być może jeszcze więcej.

[Ignorowanie szczegółów] Z powodu zbyt wielkiej ilości możliwych interpretacji sprawdzanie poprawności z punktu widzenia każdej interpretacji jest niewykonalne. W praktyce prowadzi to ograniczania ilości interpretacji, np. poprzez odrzucanie mało znanych szczegółowych faktów. Ze skutkami takiego postępowania prawie każdy kiedyś miał do czynienia. Zaczynają się one od opinii z rodzaju: *A więc tym gorzej dla faktów*; zaś kończą, gdy dalsza kontynuacja wojny wszystkich ze wszystkimi o wszystko jest niemożliwa. Przykładami z powszechnej historii istot rozumnych, to liczne wojny religijne, które najczęściej wybuchały, gdy jedna z ideologii religijnych uzyskała pozycję dominującą. Innego przykładu dostarcza XX wieczna historia Rosji. Tam w latach czterdziestych XX wieku wprowadzono zakaz wykonywania kary śmierci. Trzydzieści lat burzliwego rozwoju Związku Sowieckiego doprowadziło do głębokiej nierównowagi demograficznej. W drugiej połowie XX wieku w Rosji żyło około 40 milionów kobiet więcej niż mężczyzn. Przez ten okres Rosja pokutowała z duszą o naturze kobiecej: patrz wędrówka dusz według Platona; no, bo w naturalnych warunkach dziewczęta rodzą się trochę rzadziej niż chłopcy. Gdy w Rosji zanikły skutki dyskusji o wyższości jednej ideologii nad innymi: wróciła równowaga demograficzna oparta o prawa natury; to Związek Sowiecki zaniknął.

[Tolerancja] Problemu nieporównywalności różnych rodzajów prawdy nie rozwiązuje nawet głęboko zakorzeniona tolerancja światopoglądowa. No, bo co zrobić z prawem, które jest fałszywe w każdej interpretacji, gdy nie umiemy ustanowić algorytmów wnioskowania, który by jego zaprzeczenie wyprowadzały z aksjomatów. Jedyne rozsądne posunięcie polega na dokładaniu takiego prawa bądź jego zaprzeczenia do zbioru aksjomatów. Jak pokazuje historia kultury judeo-chrześcijańskiej taka metoda prowadzi do powstawania wielu wzajemnie zwalczających się ideologii religijnych. Przedstawiciele różnych ideologii kłócą się zwykle w sprawach gdzie jedni wierzą tak, zaś inni siak. Także, gdy mamy do czynienia z prawem, które można wywnioskować z aksjomatów, ale takie wnioskowanie musi trwać stosownie długo, to dla celów tymczasowych możemy uwierzyć w prawdziwość jego zaprzeczenia. Z powodu tymczasowości nie zetkniemy się ze sprzecznością. Takie postępowanie to cecha dość częsta: *mądry Polak po szkodzie*, to przysłowie, którego odmiany precyzuje prawie każda nacja.

[Młot na czarownice] W tym wykładzie przedstawiliśmy KRZ jako kolejną wersję coraz bardziej współczesnej odmiany „Młota na czarownice”. Jest to teoria, której sprzeczności nie sposób namacalnie dowieść. Skoro tak, to zapewne jest to teoria niesprzeczna. A jak teoria jest niesprzeczna, to zawsze znajdzie się grupa wielbicieli, którzy poprzez analogie do niej będą ograniczali dociekania właściwości prawdy. Mamy w tym coś takiego samego, jak z nadużywaniem teorii brył platońskich. Choć przy KRZ liczba niedowiarków, co do jej przydatności dla zrozumienia na jej przykładzie prawdy, jest znacznie mniej liczna niż w przypadku brył platońskich. W następnym wykładzie będziemy kontynuowali dociekania w takim kierunku. O właściwościach prawdy opowiemy na przykładzie teorii zbiorów. Czy zbiory to współczesne odpowiedniki liczb według Pitagorasa? Z może współczesne odpowiedniki idei według Platona? Jeśli tak, to tylko nieliczni z niedowiarków, będą utrzymywać, że teoria zbiorów też dość znacznie wykrzywia nasze wyobrażenia o tym, czym powinna być prawda.