

A-1. Podaj aksjomaty przestrzeni topologicznej według W. Sierpińskiego: aksjomaty T_1 przestrzeni. Czym ta aksjomatyka różni się od aksjomatyki zbiorów otwartych?

A-2. Wyprowadź z aksjomatów topologii to, że zbiór domknięty zawiera swoje punkty skupienia.

A-3. Ile różnych zbiorów otwartych może zawierać przestrzeń spełniająca II aksjomat przeliczalności?

A-4. Czy przestrzeń z bazą przeliczalną może być przedstawiona jako suma dwóch rozłącznych zbiorów, z których jeden jest doskonały a drugi przeliczalny, na dwa różne sposoby?

A-5. Jak liczna może być rodzina funkcji ciągłych określonych na przestrzeni ośrodkowej oraz o wartościach w przestrzeni Hausdorffa?

A-6. Jak duża musi być niejednopunktowa podprzestrzeń spójna zawarta w przestrzeni normalnej?

A-7. Czy spójna przestrzeń metryczna taka, że każdy jej punkt ma otoczenie ośrodkowe może nie być ośrodkowa?

A-8. Czy zwarty podzbiór przestrzeni metrycznej musi być ośrodkowy, ograniczony oraz domknięty?

A-9. Jak skonstruować podzbiór liczb rzeczywistych nie zawierający podzbioru doskonałego tak, aby przecinał on dowolny podzbiór doskonały (zbiór Bersteina)?

A-10. Kiedy produkt przestrzeni z własnością Borela-Lebesgue'a zachowuje tę własność?

A-11. Czy przestrzeń dwie strzałki może zawierać podprzestrzeń, która nie jest ośrodkowa lub nie jest normalna lub ma wagę różną od swojej mocy?

A-12. Z jaką kostką Cantora jest równoliczna przestrzeń βN ?

A-13. Jak zależą od siebie własności Borela oraz "compact-in-itself" w przestrzeniach metrycznych?

A-14. Czy w przestrzeni normalnej zbiór doskonały oraz 1-zwarty może nie zawierać podzbioru równolicznego ze zbiorem Cantora?

B-1. Podaj aksjomaty zbiorów otwartych i wyprowadź z nich aksjomaty zbiorów domkniętych.

B-2. Jak liczna jest rodzina niehomeomorficznych podprzestrzeni liczb rzeczywistych (czy aksjomat wyboru pozwala na sformułowanie wyczerpującej odpowiedzi)?

B-3. Czy w przestrzeni z bazą przeliczalną zbiór nieprzeliczalny musi zawierać podzbiór w sobie gęsty?

B-4. Dlaczego w przestrzeni z bazą przeliczalną zbiór 1-zwarty jest "bi-compact"?

B-5. Jak liczna może być rodzina funkcji ciągłych określonych na przestrzeni ośrodkowej oraz o wartościach w ośrodkowej przestrzeni Hausdorffa?

B-6. Jak duży musi być doskonały oraz 1-zwarty podzbiór zawarty w przestrzeni normalnej?

B-7. Dlaczego domknięcie 1-zwartego podzbioru przestrzeni metrycznej jest zbiorem "bi-compact"?

B-8. Czy w przestrzeni metrycznej zbiór punktów skupienia zbioru zwartego musi być zbiorem zwartym oraz ośrodkowym?

B-9. Czy przestrzeń normalna może zawierać zbiór doskonały, który nie zawiera dwóch rozłącznych podzbiorów doskonałych?

B-10. Czy płaszczyzna Tichonowa jest przestrzenią normalną?

B-11. Czy podzbiór domknięty zawarty w zbiorze Cantora jest jego obrazem ciągłym?

B-12. Które punkty płaszczyzny nie mają ośrodkowych sąsiedztw, gdy na płaszczyźnie rozważamy metrykę rzeka.

B-13. Dlaczego przestrzeń normalną wagi m można zanurzyć w kostkę Tichonowa tej samej wagi?

B-14. Czy strzałka jest przestrzenią z pierwszym aksjomatem przeliczalności, ośrodkową, normalną taką, że każda jej podprzestrzeń ma wagę równą swojej mocy?

C-1. Podaj aksjomaty zbiorów domkniętych i wyprowadź z nich aksjomaty zbiorów otwartych.

C-2. Jak liczna może być przestrzeń (T_0) spełniająca II aksjomat przeliczalności?

C-3. Czy przestrzeń z bazą przeliczalną może zawierać nieprzeliczalną podprzestrzeń rozproszoną?

C-4. Czy w przestrzeni spełniającej pierwszy aksjomat przeliczalności zbiór ω -zwarty jest "bi-compact"?

C-5. Jaka jest zależność pomiędzy gęstością a mocą przestrzeni Hausdorffa?

C-6. Uzasadnij lemat Urysohna.

C-7. Jak duży musi być 1-zwarty podzbiór doskonały zawarty w przestrzeni normalnej?

C-8. Czy przestrzeń metryczna z bazą przeliczalną lub taka, że dowolna rodzina jej podzbiorów otwartych rozłącznych jest przeliczalna musi być ośrodkowa?

C-9. Czy liczby rzeczywiste to przestrzeń zwarta lub przestrzeń zawierająca dowolną przestrzeń metryczną ośrodkową z bazą złożoną ze zbiorów domkniętych i otwartych jednocześnie?

C-10. Dlaczego przestrzeń Hilberta l_2 jest przestrzenią metryczną?

C-11. Czy przestrzeń metryczna, przeliczalna i w sobie gęsta jest homeomorficzna z liczbami wymiernymi?

C-12. Czy płaszczyzna Niemytzkiego jest przestrzenią, która nie jest normalna lub jest zwarta?

C-13. Czy w przestrzeni regularnej zbiór doskonały zawsze zawiera podzbiory doskonałe rozłączne?

C-14. Czy kwadrat leksykograficzny jest przestrzenią "bi-compact", spełniającą I aksjomat przeliczalności oraz zawierającą 2^ω podzbiorów otwartych rozłącznych?

D-1. Podaj aksjomaty zbiorów domkniętych i wyprowadź z nich aksjomaty wnętrza zbioru.

D-2. Kiedy baza przestrzeni topologicznej zawiera bazę mocy wagi tej przestrzeni (czy aksjomat wyboru pozwala na sformułowanie wyczerpującej odpowiedzi)?

D-3. Uzasadnij twierdzenie Cantora o zstępującym ciągu ω -zwartych zbiorów domkniętych.

D-4. Czy w przestrzeni Hausdorffa ciąg zbieżny może mieć wielopunktową granicę? Podaj przykład przestrzeni, w której są ciągi z wielopunktowymi granicami.

D-5. Dlaczego nieskończona przestrzeń Hausdorffa zawiera nieskończenie wiele rozłącznych podzbiorów otwartych?

D-6. Dlaczego w normalnej przestrzeni z bazą przeliczalną każdy nieprzeliczalny oraz 1-zwarty podzbiór jest równoliczny ze zbiorem Cantora?

D-7. Jakiej mocy mogą być zbiory z własnością Borela-Lebesgue'a zawarte w przestrzeni normalnej z bazą przeliczalną?

D-8. Czy dowolne dwa punkty w metrycznej przestrzeni spójnej można połączyć ε -łańcuchem?

D-9. Jak zależą od siebie wagi dziedziny oraz obrazu funkcji ciągłej, gdy obraz jest przestrzenią Hausdorffa z własnością Borela-Lebesgue'a?

D-10. Dlaczego w βN nie ma ciągów zbieżnych różnych od ciągów stałych?

D-11. Jakie przestrzenie topologiczne można zanurzyć w kostkę Aleksandrowa wagi m ?

D-12. Czy przestrzeń przeliczalnych liczb porządkowych z topologią porządkową jest 1-zwarta oraz nie jest "bi-compact"?

D-13. Czy produkt ω^ω (produkt przeliczalnej ilości przestrzeni nieskończonych, przeliczalnych i dyskretnych) jest homeomorficzny z liczbami niewymiernymi?

D-14. Czy istnieje funkcja rzeczywista ciągła określona na długim promieniu, która nie ma przedłużenia ciągłego do funkcji określonej na długim odcinku?

E-1. Podaj aksjomaty zbiorów otwartych i wyprowadź z nich aksjomaty operacji wnętrza zbioru.

E-2. Czy domknięcie zbioru w sobie gęstego jest zbiorem w sobie gęstym oraz czy podzbiór zawierający wszystkie punkty skupienia zbioru domkniętego jest domknięty?

E-3. Jaka jest zależność pomiędzy gęstością, charakterem oraz mocą przestrzeni Hausdorffa?

E-4. Czy przestrzeń z bazą przeliczalną może zawierać podprzestrzeń nieośrodkową lub nieprzeliczalną podprzestrzeń rozproszoną?

E-5. Dlaczego zbiór "compact-in-itself" zawarty w T_2 -przestrzeni spełniającej pierwszy aksjomat przeliczalności jest domknięty?

E-6. Dlaczego w przestrzeni normalnej dowolny zbiór doskonały można przedstawić jako sumę dwóch rozłącznych podzbiorów doskonałych?

E-7. Jak wiele różnych metryk można określić na ustalonym zbiorze nieskończonym?

E-8. Czy w przestrzeni metrycznej przekrój scentrowanej rodziny podzbiorów domkniętych może być pusty, gdy do tej rodziny należy zbiór zwarty?

E-9. Czy wzbogacając (tzn. dodając zbiory otwarte) topologię przestrzeni Hausdorffa z własnością Borela-Lebesgue'a zachowamy tę własność?

E-10. Czy koło warszawskie jest homeomorficzne z krzywą Menger'a lub czy zawiera podprzestrzeń homeomorficzną z krzywą Menger'a?

E-11. Czy $\beta\mathbb{N}$ oraz kostka Cantora $2^{2^{\omega}}$ mają tyle samo punktów?

E-12. Kiedy ciągle i różnowartościowe przekształcenie przestrzeni Hausdorffa musi być zanurzeniem?

E-13. Czy odcinek jest przestrzenią zwartą, której podzbiory doskonałe i w sobie gęste są kopiami zbioru Cantora?

E-14. Czy nieprzeliczalna podprzestrzeń strzałki może nie mieć bazy przeliczalnej lub być nieośrodkowa lub nie być normalna?

F-1. Podaj aksjomaty wnętrza zbioru i wyprowadź z nich aksjomaty zbiorów otwartych.

F-2. Czy suma wszystkich podzbiorów w sobie gęstych jest zbiorem w sobie gęstym oraz czy ciągły obraz zbioru spójnego musi być spójny?

F-3. Czy różnowartościowy obraz ciągły zbioru w sobie gęstego może mieć punkt izolowany?

F-4. Czy przestrzeń z bazą przeliczalną może być przedstawiona jako suma dwóch rozłącznych zbiorów domkniętych, z których jeden jest w sobie gęsty a drugi rozproszony, na dwa różne sposoby?

F-5. Jak liczna może być rodzina funkcji ciągłych o wartościach w przestrzeni Hausdorffa?

F-6. Jak liczna jest rodzina zbiorów otwartych w przestrzeni Hausdorffa z bazą przeliczalną?

F-7. Dlaczego strzałka jest przestrzenią normalną, zaś jej kwadrat strzałki nie jest przestrzenią normalną?

F-8. Czy w przestrzeni metrycznej podzbiór zwarty może zawierać podzbiór nieskończony złożony z punktów o wzajemnej odległości większej od ustalonej liczby dodatniej?

F-9. Jak liczny może być podzbiór domknięty, który jest "bi-compact" oraz jest zawarty w przestrzeni normalnej z bazą przeliczalną?

F-10. Czy długi promień można zanurzyć w płaszczyznę Tichonowa lub czy płaszczyznę Tichonowa można zanurzyć w długi promień?

F-11. Jakie podzbiory zbioru Cantora są jego obrazami ciągłymi?

F-12. Z jaką kostką Tichonowa jest równoliczna przestrzeń βN ?

F-13. Kiedy produkt przeliczalnej ilości przestrzeni dyskretnych jest homeomorficzny z liczbami niewymiernymi?

F-14. Jaki podzbiór przestrzeni Hilberta l_2 nie zawiera wielopunktowych podzbiorów spójnych oraz jako podprzestrzeń nie ma bazy złożonej ze zbiorów domkniętych oraz otwartych jednocześnie?

G-1. Podaj aksjomaty wnętrza zbioru i wyprowadź z nich aksjomaty zbiorów domkniętych.

G-2. Kiedy przestrzeń topologiczna jest sumą dwóch rozłącznych podprzestrzeni, z których jedna jest rozproszona; zaś druga w sobie gęsta?

G-3. Czy w przestrzeni z bazą przeliczalną zbiór punktów, które nie są punktami kondensacji może być nieprzeliczalny?

G-4. Czy przestrzeń z pierwszym aksjomatem przeliczalności taka, że dowolny ciąg zbieżny ma zawsze granicę jednopunktową musi być przestrzenią T_2 ?

G-5. Jak liczna może być rodzina funkcji ciągłych pomiędzy przestrzeniami z bazą przeliczalną?

G-6. Czy 1-zwarta przestrzeń Hausdorffa jest normalna?

G-7. Jak liczny musi być zbiór doskonały zawarty w przestrzeni normalnej z bazą przeliczalną?

G-8. Czy przestrzeń regularna z bazą przeliczalną jest normalna?

G-9. Jak liczny musi być podzbiór doskonały, który jest "bi-compact" oraz jest zawarty w przestrzeni normalnej z bazą przeliczalną?

G-10. Dlaczego w βN nie ma ciągów zbieżnych różnych od ciągów stałych?

G-11. Dlaczego dwie strzałki można zanurzyć w kwadrat leksykograficzny; zaś kwadratu leksykograficznego nie można zanurzyć w dwie strzałki?

G-12. Czy przeliczalną przestrzeń metryczną zwartą można zanurzyć w przestrzeń przeliczalnych liczb porządkowych?

G-13. Czy przestrzeń metryczna oraz ośrodkowa jest ciągłym obrazem podzbioru liczb niewymiernych?

G-14. Czy podwojony okrąg Aleksandrowa można zanurzyć w dywan Sierpińskiego lub czy dywan Sierpińskiego można zanurzyć w podwojony okrąg Aleksandrowa?

H-1. Podaj przykłady podprzestrzeni liczb rzeczywistych tak, aby operacje wnętrza oraz dopełnienia stosowane do tych przykładów produkowały dokładnie 2, 6, 10 bądź 14 różnych zbiorów.

H-2. Czy przekrój podzbiorów spójnych jest zbiorem spójnym lub czy suma podzbiorów w sobie gęstych jest zbiorem w sobie gęstym?

H-3. Czy suma rodziny podzbiorów spójnych takiej, że dowolne dwa elementy tej rodziny przecinają się, jest spójna?

H-4. Czy przestrzeń z bazą przeliczalną może zawierać nieprzeliczalną rodzinę podzbiorów domkniętych, która jest dobrze uporządkowana przez relację inkluzji?

H-5. Dlaczego, w przestrzeni Hausdorffa spełniającej pierwszy aksjomat przeliczalności, obraz ciągły zbioru domkniętego i 1-zwartego jest domknięty i 1-zwarty?

H-6. Czy różnowartościowa funkcja ciągła pomiędzy przestrzeniami 1-zwartymi spełniającymi pierwszy aksjomat przeliczalności musi być homeomorfizmem?

H-7. Jak liczne muszą być otoczenia punktu skupienia doskonałego podzbioru 1-zwartego zawartego w przestrzeni normalnej?

H-8. Czy przestrzeń metryczna może być zanurzona w przestrzeń metryczną spójną takiej samej wagi?

H-9. Jakie podzbiory zbioru Bersteina można zanurzyć w kwadrat strzałki?

H-10. Dlaczego kwadrat leksykograficzny jest przestrzenią spełniającą I aksjomat przeliczalności zawierającą 2^{ω} podzbiorów otwartych rozłącznych?

H-11. Czy dowolny domknięty podzbiór zbioru Cantora jest jego obrazem ciągłym?

H-12. Jak zależą od siebie własności Borela-Lebesgue'a oraz "compact-in-itself" w przestrzeniach metrycznych?

H-13. Czy torus jest homeomorficzny z krzywą trójkątową Sierpińskiego?

H-14. Czy ciągły obraz długiego odcinka w dywan Sierpińskiego może nie być zwarty?

I-1. Podaj przykłady podprzestrzeni liczb rzeczywistych tak, aby operacje wnętrza oraz dopełnienia stosowane do tych przykładów produkowały dokładnie 4, 8, bądź 12 różnych zbiorów.

I-2. Dlaczego w przestrzeni z bazą przeliczalną dowolny podzbiór jest sumą zbioru w sobie gęstego oraz zbioru przeliczalnego?

I-3. Czy istnieje przestrzeń niespójna taka, że jej dowolne dwa punkty są zawsze zawarte w podprzestrzeni spójnej?

I-4. Czy przestrzeń z bazą przeliczalną może zawierać nieprzeliczalną rodzinę podzbiorów otwartych, która jest dobrze uporządkowana przez relację inkluzji?

I-5. Czy w przestrzeni Hausdorffa spełniającej pierwszy aksjomat przeliczalności, ciągły obraz zbioru domkniętego i ω -zwartego jest domknięty i ω -zwarty?

I-6. Jak liczna musi być rodzina zbiorów otwartych w nieskończonej przestrzeni Hausdorffa?

I-7. Czy przestrzeń metryczna jest normalna lub czy przestrzeń normalna jest metryczna?

I-8. Czy zwarta przestrzeń metryczna jest obrazem ciągłym zbioru Cantora?

I-9. Czy liczby rzeczywiste można zanurzyć w liczby niewymierne oraz czy liczby niewymierne można zanurzyć w zbiór Cantora?

I-10. Czy kwadrat strzałki można zanurzyć w kwadrat leksykograficzny lub czy kwadrat leksykograficzny można zanurzyć w kwadrat strzałki?

I-11. Czy przestrzeń Hilberta l_2 jest przestrzenią metryczną i ośrodkową, z kulami otwartymi o niezwartych domknięciach?

I-12. Czy przestrzeń przeliczalnych liczb porządkowych można odwzorować w sposób ciągły na liczby wymierne?

I-13. Czy długi odcinek można zanurzyć w kontinuum Knastera lub czy kontinuum Knastera można odwzorować w sposób ciągły na długi odcinek?

I-14. Dlaczego przestrzeń "finite compact" (z własnością Borela-Lebesgue'a jest "bi-compact"?)

J-1. Dlaczego stosując operacje wnętrza i dopełnienia do ustalonego podzbioru przestrzeni topologicznej dostaniemy 2,4,6,8,10,12 lub 14 różnych zbiorów?

J-2. Dlaczego w przestrzeni z bazą przeliczalną dowolny ciąg monotoniczny zbiorów otwartych indeksowany liczbami porządkowymi jest co najwyżej przeliczalny?

J-3. Czy domknięcie zbioru spójnego jest zbiorem spójnym oraz czy domknięcie zbioru w sobie gęstego jest zbiorem w sobie gęstym?

J-4. Dlaczego w przestrzeni z bazą przeliczalną zbiór 1-zwarty jest "bi-compact"?

J-5. Czy zbiór "compact-in-itself" zawarty w przestrzeni Hausdorffa jest domknięty?

J-6. Dlaczego nieskończona przestrzeń Hausdorffa musi zawierać nieskończoną rodzinę podzbiorów otwartych rozłącznych?

J-7. Niech P oraz Q będą podzbioremi przestrzeni metrycznej takimi, że P nie przecina domknięcia zbioru Q oraz Q nie przecina domknięcia zbioru P . Uzasadnij, że istnieją zbiory otwarte rozłączne, z których jeden zawiera P ; zaś drugi zawiera Q .

J-8. Czy doskonały, ograniczony, w sobie gęsty oraz nigdziegęsty podzbiór liczb rzeczywistych jest homeomorficzny ze zbiorem Cantora?

J-9. Czy płaszczyznę Tichonowa można zanurzyć w przestrzeń normalną, choć sama nie jest przestrzenią normalną?

J-10. Dlaczego w βN nie ma ciągów zbieżnych różnych od ciągów stałych?

J-11. Czy przestrzeń metryczną ośrodkową mocy $< 2^\omega$ można zanurzyć w liczby niewymierne?

J-12. Dlaczego przestrzeń "bi-compact" ma własność Borela-Lebesgue'a?

J-13. Czy podwojony okrąg Aleksandrowa zawiera podzbiór homeomorficzny z nieprzeliczalnym podzbiorem strzałki?

J-14. Czy kontinuum Knastera zawiera podzbiór doskonały homeomorficzny z podzbiorem dywanu Sierpińskiego?