

XIV - 1. Kiedy ciągi liczb rzeczywistych x_1, x_2, \dots , y_1, y_2, \dots oraz z_1, z_2, \dots spełniające warunki $z_n x_{n+1} = 1 + y_n z_n$, $x_n y_{n+1} = 1 + z_n x_n$ oraz $y_n z_{n+1} = 1 + x_n y_n$ są ograniczone?

XIV - 2. Czy potrafisz obliczyć granicę $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$, jeśli ciąg liczb x_1, x_2, \dots spełnia warunki $x_{n+2} = |x_{n-1}| - x_n$?

XIV - 3. Które ciągi liczb rzeczywistych są sumą dwu ciągów rosnących?

XIV - 4. Kiedy ciąg liczb rzeczywistych x_1, x_2, \dots spełniający warunki

$$x_{n+1} = x_n \left(x_n + \frac{1}{n} \right)$$

jest monotoniczny?

XIV - 5. Czy wszystkie podzbiory zbioru skończonego można ustawić w ciąg tak, aby kolejne wyrazy różniły się dokładnie jednym elementem?

XIV - 6. Niech p_n będzie prawdopodobieństwem, że w ciągu n rzutów monetą pojawi się seria kolejnych 1000000 orłów. Ile wynosi $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n$?

XIV - 7. Płaszczyznę pokryto rodziną pasów. Czy suma szerokości tych pasów musi być nieskończona?

XIV - 8. Niech x_1, x_2, \dots będzie ciągiem liczb naturalnych, których rozwinięcie dziesiętne nie zawiera cyfry 0. Czy zawsze zachodzi nierówność

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{x_k} < 29?$$

XIV - 9. Niech x_1, x_2, \dots będzie ciągiem liczb naturalnych, których rozwinięcie dziesiętne nie zawiera cyfry 9. Czy zawsze zachodzi nierówność

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{x_k} < 80?$$

XIV - 10. Dla ustalonej liczby naturalnej k dany jest ciąg kół K_1, K_2, \dots oraz ciąg W_1, W_2, \dots złożony z wielokątów wypukłych o k -bokach takich, że

$$K_1 \supseteq W_1 \supseteq K_2 \supseteq W_2 \supseteq \dots$$

Czy ciąg promieni kół K_1, K_2, \dots musi być zbieżny do zera?