

**VI - 1.** Dla jakiej liczby naturalnej  $n$  zachodzi nierówność

$$[(n+1)!]^n < 2! \cdot 4! \cdot \dots \cdot (2n)!?$$

**VI - 2.** Dla jakiej liczby naturalnej  $n$  zachodzi nierówność

$$\sqrt{2n+1} < \frac{2}{1} \cdot \frac{4}{3} \cdot \dots \cdot \frac{2n}{2n-1}?$$

**VI - 3.** Kiedy zachodzi nierówność

$$\sum_{k=1}^n \cos 2kx < \frac{\sin(2n+1)x}{2 \sin x}?$$

**VI - 4.** Kiedy zachodzi nierówność

$$\sum_{k=1}^n (-1)^k \cos 2kx < (-1)^n \frac{\cos(2n+1)x}{2 \cos x}?$$

**VI - 5.** Kiedy zachodzi nierówność

$$2 \sum_{k=0}^{n-1} \cos^2 kx > n?$$

**VI - 6.** Kiedy zachodzi nierówność

$$2 \sum_{k=1}^{n-1} \sin^2 kx > n?$$

**VI - 7.** Dla jakich liczb naturalnych  $n$  oraz  $k$  zachodzi nierówność

$$k(k+1)^n < 2^n(1^n + 2^n + \dots + k^n)?$$

**VI - 8.** Kiedy zachodzi nierówność

$$n^2 \leq (x_1 + x_2 + \dots + x_n) \cdot ((x_1)^{-1} + (x_2)^{-1} + \dots + (x_n)^{-1})?$$

**VI - 9.** Kiedy zachodzi nierówność

$$n \leq 2 \sum_{k=0}^n |\cos 2^k x|?$$

**VI - 10.** Kiedy zachodzi nierówność

$$|\cos n\beta - \cos n\alpha| \leq n^2 |\cos \beta - \cos \alpha|?$$

Podaj rozwiązania zakładające, że  $n$  jest liczbą naturalną; zaś  $\alpha$  oraz  $\beta$  są liczbami rzeczywistymi.