

Przygotowano na podstawie wydania XV  
Wydawnictwo M. Arcta, Warszawa 1927

Redakcja naukowa  
dr Adela Świątek  
dr Mirosław Uscki  
prof. dr Wojciech Guzicki  
prof. dr Jerzy Mioduszewski  
mgr Renata Lisiecka

Rysunki  
Krzysztof Białkowski

Projekt okładki  
Katarzyna A. Jarnuszkiewicz  
Michał Korwin – Kossakowski

**ISBN 83-7180-155-6**

Wydawca  
Prószyński i S-ka  
02-651 Warszawa,  
ul. Garażowa 7

Druk i oprawa  
Opolskie Zakłady Graficzne S.A.  
45-085 Opole, ul. Niedziałkowskiego 8-12

## Od wydawcy

Dwie rzeczy skłoniły Wydawców do wznowienia *Geometrii* Jana Zydlera. Jedną był sentyment do książki, z której jeszcze niektórzy z nas się uczyli i – co tu dużo mówić – również później do niej zaglądali, by upewnić się co do biegu niejednego klasycznego rozumowania. I nie spotykał ich zawód. Trwałość treści zawartych w tej książce jest doprawdy zadziwiająca. Wydawcy mieli nieraz chęć – opracowując tekst – spróbować, czy nie można czegoś zrobić lepiej, bo przecież minęło już przeszło sześćdziesiąt lat od ostatniego wydania, które ukazało się za życia Autora. To, czego dokonali, sprowadza się do mało znaczących ulepszeń, polegających głównie na uwspółcześnieniu języka i wprowadzeniu pewnych uproszczeń, do których przyzwyczaili nas upływ lat. Nie wyróżniamy już twierdzeń, które są przeciwne do danych. Twierdzenie, które jest przeciwne do odwrotnego, nazywamy kontrapozycją twierdzenia danego i nie kłopotujemy się uzasadnianiem, że jest ono niczym innym niż twierdzenie dane. Niektórzy Czytelnicy – szczególnie starszej generacji – będą mieli żal do Wydawców, że pozbawili ich przyjemności obcowania z archaicznym stylem pierwowzoru; wznowiona książka wydawana jest nie tylko dla nich. Chcieliśmy bowiem – i to był drugi argument za wznowieniem książki Zydlera – dać młodemu Czytelnikowi podręcznik, z którego mógłby się nauczyć geometrii. W tym przedmiocie istnieje w wielu krajach, istniała ongiś także u nas, tradycja „podręczników wiecznych”; należał do nich przez dziesiątki lat także i ten, o czym świadczy dziewiętnaście wydań za życia Autora (począwszy od 1907 roku), kilka późniejszych, po adaptacji do nowych programów, wydań powojennych na obczyźnie. *Geometria* Zydlera funkcjonowała zresztą i później, w latach powojennych często sięgano po nią na biblioteczne półki. Te „wieczne” podręczniki – z roku na rok ulepszane – tworzą kulturę naukową kraju, dając podstawę dla wzajemnego rozumienia się jednostek społeczeństwa, tak jak tworzy ją przyswojony we wczesnych latach szkolnych wspólny elementarz. W nauczaniu geometrii podręczniki są w istocie adaptacjami jednego – najlepszego – „wiecznego” podręcznika, jakim są *Elementy* Euklidesa. *Elementy* przystosowywano przez stulecia do różnych celów;

autorami adaptacji byli między innymi Moritz Pasch, David Hilbert, W. F. Kagan. Nie brak takich autorów i współcześnie – jeszcze w latach osiemdziesiątych wydał swoje *Podstawy* wybitny geometra A. D. Aleksandrow. W Polsce, po wojnie, książki Stefana Kulczyckiego szły tym właśnie śladem.

Wyłożenie geometrii w stylu Euklidesa jest nadal sztuką. Dzisiaj w zasadzie wiemy, jak tego rodzaju ścisły wykład powinien przebiegać. Wiemy, z jednej strony, że aksjomaty geometrii trzeba wybrać oszczędnie, ale, z drugiej strony, nie powinniśmy, kierując się jedynie oszczędnością, wybierać ich wśród zdań sztucznie oddalonych od geometrycznych wyobrażeń, które przecież mamy, zanim jeszcze zaczynamy się uczyć geometrii. Już tu tkwią różnice między tym, co mógłby napisać zawodowy matematyk, a tym, co napisze, jeśli będzie dbał o przekaz swojej wiedzy. Profesjonalny wykład wymaga również, by aksjomaty były niezależne. Otóż, okrąg rozcina płaszczyznę, brzeg trójkąta również. Obie te prawdy wynikają z jednej – bardzo zasadniczej – prawdy, że prosta rozcina płaszczyznę na dwa obszary wypukłe (półpłaszczyzny). Ale autorzy podręczników nie idą aż tak daleko, by dla dwu wspomnianych aksjomatów, szukać prawd, tracić energię na rozbiór logicznych związków między nimi. W książce Zydlera nie dyskutuje się aksjomatu Pascha, bo tak nazywa się podstawowy aksjomat o rozcinianiu płaszczyzny. Błędem byłoby uważać to za brak.

Geometria weszła na pewien zakręt w końcu XIX wieku. Stało się to za sprawą arytmetyzacji prostej, która w wyniku badań Cantora, Dedekinda, Weierstrassa i innych zaczęła być traktowana jako zbiór liczb. W rezultacie i płaszczyzna – przedmiot geometrii Euklidesa – zaczęła być rozważana jako zbiór par liczb. Figury geometryczne, będące dotąd miejscem, na którym mogły pojawiać się punkty, teraz traktowane są jako twory zbudowane z punktów. Ta konwencja mnogościowo-arytmetyczna wydaje się wnikać głębiej w subtelną budowę figur, ale nie czerpie ona swych prawd – jak geometria Euklidesa – bezpośrednio z naszego doświadczenia przestrzennego. Dlatego geometria Euklidesa nie przegrała w konkurencji z nową matematyką, a dzięki oszczędności i elegancji swych metod wygrywa na wielu polach. To jest powód, dla którego wracamy do starych tradycji.

W komentarzach Autora *Geometrii* występuje częste odwołanie do przyrządów – pojawiają się nie tylko cyrkiel i linijka, jak u Platona, ale i eierka. Kiedy już się kończy komentarz o przyrządach, Autor nie zapomina jednak dodać, że naszkicowana figura istnieje naprawdę jedynie w myśli i wszelkie konstrukcje odbywają się tam właśnie – a nie na papierze. Dziś się już tak nie pisze... Z kart książki emanuje sympatia Profesora do gromadki jego uczniów. Niewątpliwie owocowało to sympatią uczniów do wykładowanego przedmiotu.

## Spis rzeczy

### ROZDZIAŁ 1. Pojęcia wstępne

1. Podstawowe figury geometryczne. Niektóre wiadomości ogólne .....	11
2. Prosta. Półprosta. Odcinek .....	16
3. Płaszczyzna .....	23
4. Ćwiczenia .....	25
5. Kąt .....	26
6. Ćwiczenia .....	33
7. Wiadomości wstępne o kole .....	34
8. Wiadomości wstępne o trójkącie i wielokącie .....	38
9. Ćwiczenia .....	41

### ROZDZIAŁ 2. Przystawanie i symetria figur płaskich

10. Przystawanie trójkątów .....	43
11. Konstrukcje podstawowe .....	49
12. Zależności między elementami trójkąta .....	55
13. Prostopadła i pochyła. Trójkąty prostokątne .....	64
14. O miejscu geometrycznym punktów .....	69
15. Symetria figur płaskich .....	71
16. Ćwiczenia .....	76

### ROZDZIAŁ 3. Proste równoległe

17. Kąty przy równoległych. Postulat Euklidesa. Wnioski .....	79
18. Ćwiczenia .....	88
19. Suma kątów trójkąta i wielokąta .....	90
20. Ćwiczenia .....	92
21. Równoległoboki i ich własności. Trapez .....	93
22. Ćwiczenia .....	97
23. Punkty szczególne w trójkącie .....	99

### ROZDZIAŁ 4. Koło

24. Położenie prostej względem koła .....	103
25. Własności średnicy. Odległość punktu od okręgu .....	107
26. Własności łuków i cięciw .....	110
27. Położenie dwóch kół względem siebie .....	113
28. O zadaniach konstrukcyjnych .....	118
29. Ćwiczenia .....	125

## ROZDZIAŁ 5. Kąty w kole. Czworokąty wpisane i opisane

30. Kąty w kole .....	128
31. Czworokąty wpisane i opisane.....	134
32. Ćwiczenia .....	137

## ROZDZIAŁ 6. Równoważność wielokątów

33. Określenie wielokątów równoważnych. Zasadnicze własności związku równoważności. Postulat de Zolta .....	140
34. Równoważność równoległoboków, trójkątów i trapezów .....	145
35. Zadania konstrukcyjne .....	151
36. Twierdzenie Pitagorasa i jego uogólnienie .....	157
37. Ćwiczenia .....	163

## ROZDZIAŁ 7. Położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni

38. Prosta i płaszczyzna do siebie prostopadłe .....	165
39. Prosta i płaszczyzna do siebie równoległe .....	174
40. Płaszczyzny do siebie równoległe .....	176
41. Płaszczyzny do siebie prostopadłe .....	180
42. Pojęcie rzutu środkowego i równoległego ukośnego. Twierdzenie Desargues'a .....	183
43. Ćwiczenia .....	191

## ROZDZIAŁ 8. Geometryczna proporcjonalność odcinków

44. Odcinki współmierne i niewspółmierne. Twierdzenie Talesa dla odcinków współmiernych .....	193
45. Geometryczna definicja odcinków proporcjonalnych. Własności proporcji między odcinkami .....	198
46. Zastosowania twierdzenia Talesa .....	203
47. Ćwiczenia .....	209

## ROZDZIAŁ 9. Jednokładność i podobieństwo

48. Definicja i budowanie figur jednokładnych .....	211
49. Podobieństwo trójkątów. Odcinki proporcjonalne w trójkącie i kole .....	217
50. Metoda przekształcenia jednokładnego w zadaniach konstrukcyjnych ..	228
51. Ćwiczenia .....	232

## ROZDZIAŁ 10. Metryczna teoria odcinków proporcjonalnych

52. O mierzeniu odcinków .....	234
53. Mierzenie kątów i łuków .....	240
54. Metryczna definicja odcinków proporcjonalnych .....	243

55. Związki metryczne między odcinkami w trójkącie i kole .....	246
56. O liniach poprzecznych w trójkącie .....	253
57. Potęga punktu względem koła .....	257
58. O algebraicznej metodzie konstrukcji geometrycznych .....	261
59. Wielokąty foremne .....	266
60. Ćwiczenia .....	276

## ROZDZIAŁ 11. Wiadomości wstępne o rozwiązywaniu trójkątów

61. O funkcjach trygonometrycznych kąta ostrego .....	281
62. Własności zasadnicze funkcji trygonometrycznych kąta ostrego .....	284
63. Związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta .....	292
64. Rozwiązywanie trójkątów prostokątnych .....	293
65. Ćwiczenia .....	316

## ROZDZIAŁ 12. Obliczanie pól wielokątów

66. Pojęcie pola. Pola wielokątów .....	300
67. Stosunek pól wielokątów wpodobnych .....	309
68. Zadania konstrukcyjne .....	312
69. Ćwiczenia .....	316

## ROZDZIAŁ 13. Kąty bryłowe i wielościany

70. Kąty bryłowe .....	320
71. Równość i symetria kątów trójściennych .....	323
72. Pojęcie wielościanu wypukłego. Graniastosłup, pole jego powierzchni ...	327
73. Ostrosłup, pole jego powierzchni .....	331
74. Wielościany foremne .....	337
75. Graniastosłupy równoważne. Objętość graniastosłupa .....	343
76. Ćwiczenia .....	347

## ROZDZIAŁ 14. Zastosowanie pojęcia granicy w geometrii

77. Pomiar długości okręgu i pola koła .....	351
78. O sposobach obliczania liczby $\pi$ Kwadratura koła .....	358
79. Objętość ostrosłupa .....	362
80. Ćwiczenia .....	369

## ROZDZIAŁ 15. Bryły obrotowe

81. Walec .....	372
82. Stożek .....	375
83. Kula .....	379
84. Ćwiczenia .....	395