

Notacje matematyczne dla osób niewidomych – geneza i rozwój

Aleksandra Hankus

Instytut Matematyki

Letnia Szkoła Instytutu Matematyki 2018

Przedstawię genezę i rozwój notacji oraz urządzeń do nauki matematyki dla osób niewidomych, począwszy od prostych urządzeń wspomagających proces kształcenia w dziedzinie matematyki, na notacjach matematycznych skończywszy. Wielkie zasługi w tej kwestii należy przypisać samym niewidomym, a szczególnie Nicholasowi Saundersonowi, Lwowi Pontryaginowi, Leonardowi Eulerowi i innym, ale nie mniej ważnym osobom w historii niepełnosprawności.

W proces ten włączyły się również osoby widzące, jak: William Taylor, Victor Narcisse Ballu, William Preston Holly oraz Henry Martin Taylor. Dzięki tym osobom, a szczególnie wynalazkom, urządzeniom i notacjom, które stworzyli, osoby z niepełnosprawnością wzroku zyskały nową szansę na studia oraz karierę naukową w dziedzinie matematyki.

Problemy „techniczne”, takie jak niemożność czytania tekstów, słuchania czy wypowiedzania się, da się przewyciężyć dzięki pomocy innych osób i aparatury, trudniej jednak pojąć, że można uprawiać naukę bez wykorzystywania wszystkich zmysłów. Wzrok, słuch i pozostałe zmysły wydają się niezbędne do pełnego postrzegania świata, opisywania i tłumaczenia rzeczywistości, czyli tego, czym zajmują się naukowcy. Tymczasem wcale tak nie jest, bo w większości dziedzin nauki najważniejsze jest to, co dzieje się w umyśle.

Brak któregoś ze zmysłów może wręcz ułatwić pracę mózgowi. Niewidomi na przykład mają nie tylko bardziej wyczulony słuch i dotyk, ale często również sprawniejszą wyobraźnię matematyczną. Dzięki niej potrafią rozwiązywać problemy, z którymi widzący zmagają się bez większych sukcesów.

Arytmetyka i inne gałęzie matematyki zawsze zajmowały ważne miejsce w kształceniu niewidomych, szczególnie prowadzonym przez instytucje edukacyjne.

Zauważono, że niewidomi darzą wielkim sentymentem obliczenia arytmetyczne. Podczas gdy umysłowa arytmetyka była powszechnie stosowana, stało się jasne, że w bardziej zaawansowanych gałęziach nauki niewidomi będą potrzebowali specjalistycznych urządzeń. Na szczęście, aby sprostać tym oczekiwaniom, wynaleziono takie urządzenia.

Egipcjanie do obliczeń używali kamyków – często wykorzystując tę metodę w uczeniu ludzi, w tym niewidomych. W późniejszych czasach, w Grecji, wymyślono abax, abacus oraz scaccarium. Wtedy też prowadzono niezliczone obliczenia arytmetyczne, używając do tego trzciny, sęków, palców, fasoli, muszli, sznurków lub piasku.

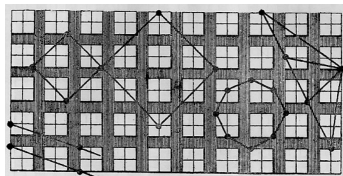
Kalkulatory i inne urządzenia matematyczne dla niewidomych

Abax – Abax w swojej idei wykorzystywał stosowany przez nas do dziś pozycyjny zapis liczby: liniom poziomym odpowiadają kolejno rząd jedności, dziesiątek, setek itd. W najprostrzej wersji abax był układem linii rysowanych na piasku. Postępowanie się abaxem nie wymagało znajomości cyfr.



Kalkulatory i inne urządzenia matematyczne dla niewidomych

Budowę pierwszych konkretnych urządzeń, służących niewidomym do nawet bardziej złożonych obliczeń arytmetycznych i algebraicznych, należy przypisać wielkiemu angielskiemu matematykowi, Nicholasowi Saundersonowi. Ociemniały w dzieciństwie Saunderson, po zapoznaniu się z systemem Lana, opracował tablice, na których przedstawiał informacje przy pomocy główek szpilek.

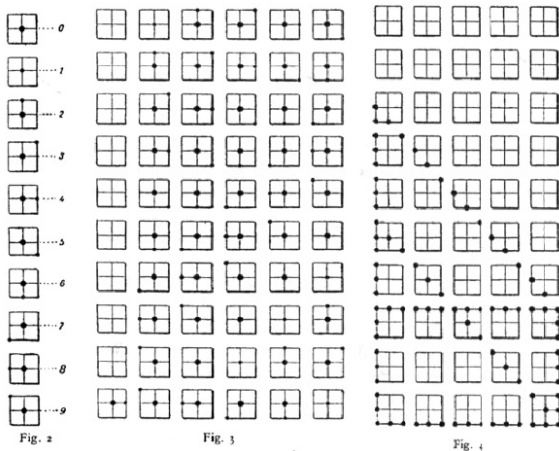


Deska algebraiczna Nicholasa Saundersona



Nicholas Saunderson był niewidomym profesorem matematyki w Katedrze Lucasa na Uniwersytecie w Cambridge w Anglii. Urodził się w Thurlstone w Yorkshire w styczniu 1682 r. Jako dziecko całkowicie stracił wzrok w wyniku zniszczenia gałek ocznych przez ospę wietrzną. Niemniej nie przeszkodziło mu to nauczyć się czytać poprzez śledzenie palcem rycin na nagrobkach wokół Kościoła św. Jana Chrzciciela w Penistone.

W celu prowadzenia swoich obliczeń, skonstruował kalkulator, który nazwał deską arytmetyczną. Metoda stosowana w tym urządzeniu jest czasami określana jako *namacalna arytmetyka*. Urządzenie było eleganckie i proste w działaniu. Saunderson oparł je na urządzeniu *cribbage-board*. Dzięki niemu był w stanie wykonywać obliczenia arytmetyczne i algebraiczne. Urządzenie składało się z dziewięciu wierszy, dwóch *pinów* i szeregu matych igieł, umieszczonych w dziewięciu dołkach (osiem po bokach kwadratu i dziewiąty w środku). Każda pozycja pina – miejsca na wygrawerowanej płycie kalkulatora – odpowiadała konkretnej wartości.



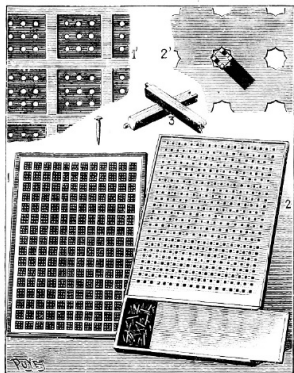
Deska algebraiczna Nicholasa Saundersona

Historia przekazuje również rozmowę, do jakiej doszło pomiędzy niewidomą Mademoiselle de Salignac (ur. w 1744 r.) a Diderotem. Filozof starał się wytłumaczyć niewidomej działanie kalkulatora Saundersona. Opisał to później w jednym ze swoich dzieł.

Jednego dnia rzekłem do dziewczyny: *narysuj sobie sześcian*. Odpowiedziała, iż *już sobie to wyobraziła*. Potem powiedziałem: *wyobraź sobie punkt w środku sześcianu*. *Widzę* – odpowiedziała. *Z tego punktu narysuj linie bezpośrednio do kątów tego sześcianu*. *Będziesz potem mogła podzielić bryłę na sześć równych piramid*. Odpowiedziała: *wszystkie wyglądają tak samo*. *Mają takie same podstawy sześcianu i połowę jego wysokości*.

Warto w tym miejscu wspomnieć również Leonarda Eulera (1707–1783), szwajcarskiego matematyka i fizyka, pioniera w wielu obszarach obu tych nauk. W 1735 r. Euler prawie całkowicie stracił wzrok w prawym oku, ale obarczył winą za ten stan rzeczy drobiazgową pracę kartografa, którą wykonywał dla Akademii Petersburskiej. Wzrok w tym oku pogorszył się Eulerowi w ciągu jego pobytu w Niemczech tak bardzo, że król Fryderyk mawiał o nim *Cyklop*. W późniejszym okresie Euler cierpiał na kataraktę w drugim, dotychczas zdrowym oku; doprowadziła go ona już w kilka tygodni po jej odkryciu do niemal całkowitej ślepoty.

Waga jego dokonań w matematyce nie może być przeceniona: gdyby wydać drukiem wszystkie jego dzieła, z których wiele ma fundamentalne znaczenie, zajęłyby od 60. do 80. woluminów oprawionych *in quart*. Był także twórcą wielu notacji matematycznych, w tym również swojej autorskiej, dzięki której jako niewidomy mógł dokonywać wielu obliczeń.



Kalkulatory używane przez osoby niewidome w XVIII i XIX w.

1) Ballu's tablet: 1. detail of squares, a pin.

2) Oury's tablet: 2. detail of the octagons, red pins

Inną postacią wartą poznania był Victor Narcisse Ballu (1829–1907) – nauczyciel niewidomych i wynalazca wielu technicznych nośników pisma dla tych osób. Zmodyfikował on tabliczkę (kalkulator) Saundersona do wykonywania obliczeń arytmetycznych. Jego kalkulator składał się z tablicy podzielonej na 192 komórki (12 kolumn i 16 rzędów). Komórki natomiast posiadały po 9 otworów (3x3) – przebitych i ułożonych trójkami oraz ponumerowanych od 1 do 9. W tych otworach były umieszczane kołeczki, które w zależności od ułożenia w odpowiednim otworze wskazywały wartość od 1 do 9. System był stosunkowo prosty, ale opanowanie go pochłaniało dużo czasu


Od czasów Victora Narcisse'a Ballu powstało bardzo wiele różnych tablic, desek lub tabliczek, które służyły jako pomoc w obliczeniach działań matematycznych. Jednym z najlepszych jest ośmiokątna płyta arytmetyczna, wynaleziona w 1836 r. przez Williama Taylora z Yorkshire School for the Blind.

William Taylor był pastorem. Rozpoczął pracę z niewidomymi w Yorkshire School for the Blind 20 kwietnia 1835 r. i kontynuował ją do grudnia 1845 r. W szkole uczył głównie algebry i arytmetyki. Już po paru miesiącach pracy z niewidomymi uczniami doszedł do wniosku, iż potrzebne jest urządzenie pozwalające im poznać szereg cyfr składający się na rachunek algebraiczny.

Uznał, iż do tego celu niezbędna jest pomoc dydaktyczna, najlepiej w formie tablicy, analogicznie jak w przypadku pisma wypukłego. W styczniu 1836 r. przedstawił swoim uczniom pierwszą wersję stworzonej przez siebie płyty matematycznej. Uczniowie pracowali na niej aż do wakacji. Pozwoliło to Taylorowi zebrać bezcenne uwagi, dotyczące praktycznej strony tego urządzenia. W listopadzie 1836 r. przedstawił już ostateczną wersję swojej tablicy. Rada nauczycieli *Yorkshire School for the Blind* przychyliła się do jego wniosku i wprowadziła tablice do programu nauczania algebry. Tablice te stosowano aż do końca lat 70. XX w.

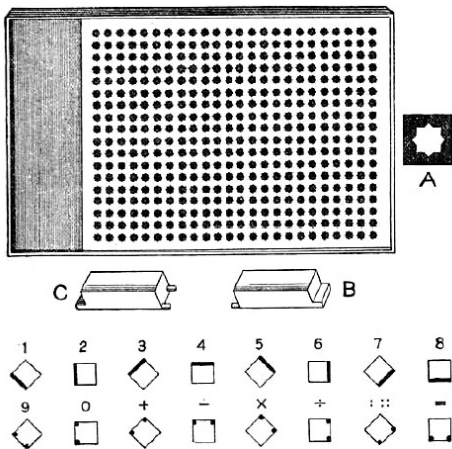
Ośmiokątna płyta Williama Taylora składa się z prostokątnej aluminiowej ramy, w której znajdują się 432 ośmiokątne komórki, ułożone w 24. rzędach i 18. kolumnach. Do obliczeń używa się specjalnych szpilek. Na jednym końcu szpilki znajduje się krawędź z podniesionym widocznym grzbietem, a na drugim końcu jest podobny grzbiet, ale podzielony, z głębokim wycięciem w środku.

Otwory w tablicy były w kształcie gwiazdy, z wyraźnie umieszczonymi ośmioma punktami. Dzięki temu szpilka mogła być umieszczona w ośmiu różnych pozycjach. W zależności, w jakiej pozycji się ją umieściło, zarówno szpilkę, jak i jej grzbiet, można by-
to uzyskać kilkanaście kombinacji matematycznych. Odpowiednio odwracając szpilkę, tak aby nacięty grzbiet był na górze, możemy uzyskać dziesięć znaków związanych z cyframi arabskimi i sześć zwykłych znaków algebraicznych – razem szesnaście pozycji.

Zatem proste działanie $1 + 3 = 4$ w systemie Taylora przedstawimy następująco:  ale już $(2x + 3)(x^2 - x - 5)$:







Ośmiokątna płyta Williama Taylora z 1836 r.

Do obliczeń algebraicznych potrzebna jest dodatkowa szpilka, różniąca się od tej stosowanej w arytmetyce. Niemniej szesnaście dodatkowych znaków, jakie można uzyskać dzięki temu urządzeniu, daje liczbę kombinacji w zupełności wystarczającą. Mersalius Oury opracował modyfikację tabliczki Taylora, dzięki czemu stała się ona bardziej czytelna również dla osób widzących

Drewniana deska matematyczna z 60. dziurkami, z podwójną końcówką, była doskonale znana i stosowana w New York Institute for the Blind, w Pelham, w Nowym Jorku, już około 1900 r. Ten arytmetyczny system zapisu arytmetycznego dla niewidomych bazował na płytce z otworami kwadratowych kołkach – każdy z innym znakiem na obu końcach. Otwory na płycie były kwadratowe, dając każdemu typowi osiem możliwych pozycji.

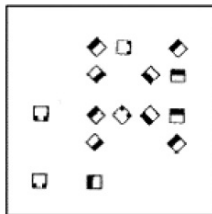
1 2 3 4
5 6 7 8



$$\frac{3/7}{3/14}$$

$$= 3/7 \times 14/3$$

$$= 2$$

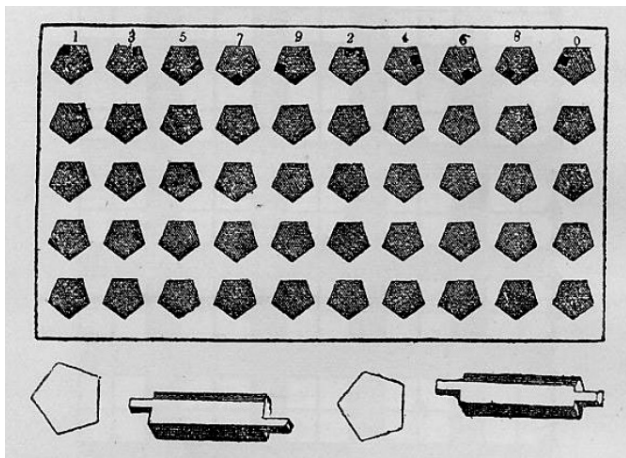


Działanie matematyczne za pomocą:

- 1) deski z Instytutu Pelham,
- 2) ośmiokątnej płyty Taylora

Do czasu skonstruowania kalkulatora Christiana Mayera nie było innego urządzenia, pozwalającego wykonywać obliczenia algebraiczne osobom pozbawionym wzroku. Mayer działanie kalkulatora opublikował w *Arithmetic of Sines*, wydanej w 1727 r. Zasada działania jego kalkulatora była zgoła odwrotna niż ta zastosowana w desce algebraicznej Saundersona, gdzie kształt i rozmieszczenie kołków w otworach (na przykład pochyły lub nie) wyrażał ich wartość, a nie ich umiejscowienie na płytce. Kalkulator Meyera składał się z płytki z 50. pięciokątnymi otworami (10 kolumn, 5 rzędów), do których wkładano kołki.

Innym urządzeniem był Artefakt – kalkulator arytmetyczny – wynaleziony przez Williama Prestona Holly’ego (1893–1961). Preston był niewidomym. W 1904 r., jako student Florida School for the Deaf and the Blind, St Augustine, korzystał z Artefaktu (zwanego też łupkami arabskimi), jako pomocy dydaktycznej, podczas zajęć z matematyki i rachunkowości. Po skończeniu nauki w dalszym ciągu używał urządzenia w swojej pracy zawodowej jako handlowiec.



Kalkulator Christiana Meyera

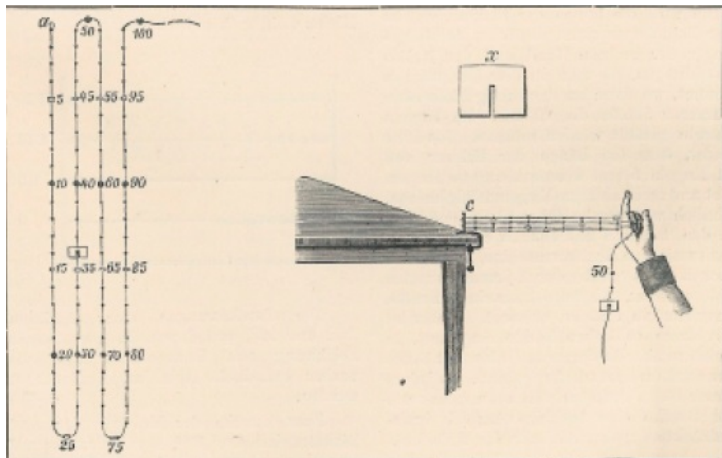
Na początku XIX w. pojawił się – Wiener Rechenkasten, czyli wiedeński wynalazek. Opiera się na bardzo prostej zasadzie: w metalowej siatce umieszczano małe kołki, na których wytłoczone były cyfry i znaki matematyczne. Metoda ta nie tylko pozwalała na łatwiejszą obsługę, ale również szybką korektę nieprawidłowego działania lub obliczenia. Nieprawidłowe działanie, cyfry lub znaki dawały się łatwo usunąć i zastąpić poprawnymi. Wszystko to było umieszczone w drewnianej skrzynce.

Po lewej stronie skrzynki znajdował się tablec do pisania. Była to metalowa siatka z małymi kwadratowymi zagłębieniami, o rozmiarach $0,5 \times 0,5$ cm, na której dokonywano operacji obliczeniowych za pomocą układania w niej kołków. Kołki znajdowały się w prawej części, która z kolei była podzielona na kilka prostokątnych komórek o różnych rozmiarach. Ułatwiało to segregację kołków i ich rozpoznanie.



Wiener Rechenkasten

Zupełnie innym urządzeniem był Rechenschnur (sznur kalkulacyjny). Dzięki niemu uczono podstaw arytmetyki. Było to proste urządzenie, składające się ze sznurka, na którym umieszczono 100 kulek (lub koralików) w równych odległościach. Co dziesiąty z nich, aby oddzielić części dziesiętne, był innej wielkości. Urządzenie to przypominało korale, dlatego często nazywano je naszyjnikiem arytmetycznym. Wiemy, iż z urządzenia takiego korzystała, wspomniana wcześniej, Mademoiselle de Salignac.



Rechenschnur z XIX w.

W 1914 r. Gordon B. Brown, nauczyciel matematyki, został przyjęty do Principle of Worcester College for the Blind, i z entuzjazmem oraz wielkim zaangażowaniem przystąpił do edukacji swoich niewidomych uczniów. Opracował między innymi specjalną płytę, umożliwiającą uczniom robienie wykresów algebraicznych i trygonometrycznych.



Bertha Shepard Slate



Rozwój technik i urządzeń do pisania dla osób z niepełnosprawnością wzroku

Pismo to charakterystyczny obraz kompletu znaków o jednolitych podstawowych cechach graficznych: stylu, rytmie, proporcji, układzie lub kształcie, właściwościach optycznych (czytelności), itp. Może mieć wiele odmian, czasami nawet znacznie różniących się od kroju podstawowego, lecz nadal zachowujących w sposób konsekwentny prymarne założenia graficzne.

Rozwój technik i urządzeń do pisania dla osób z niepełnosprawnością wzroku

Wynalezienie pisma umożliwiło ludziom utrwalanie tego, co się dzieje z nimi i z otaczającym ich światem. Możliwość gromadzenia i przechowywania tych informacji miała znaczący wpływ na zmiany społeczne i ekonomiczne, ponieważ na ich podstawie kształtowały się wizje świata różnych kręgów kulturowych. Pismo umożliwiło przelewanie myśli na papier, uczenie się z książek czy notowanie w szkole. Miało ono również bardzo dużą wartość ze względu na to, że człowiek nie musiał już całej wiedzy przechowywać w głowie. Od chwili, kiedy nauczył się pisać, wszystkie ważne informacje mógł zanotować.

Rozwój technik i urządzeń do pisania dla osób z niepełnosprawnością wzroku

Dzieje pisma i urządzeń piszących dla niewidomych, będące integralną częścią historii niewidomych w ogóle, to, sięgający czasów starożytnych, długi proces poszukiwań i mniej lub bardziej znaczących wynalazków. Związane są ściśle z powstawaniem i działalnością instytucji kształcenia, czyli z rozwojem myśli tyflopedagogicznej oraz z kształtowaniem się form organizacyjnych środowiska niewidomych, czyli powoływaniem i funkcjonowaniem organizacji filantropijnych i samopomocowych na rzecz niewidomych.

Rozwój technik i urządzeń do pisania dla osób z niepełnosprawnością wzroku

Przełomem było, oczywiście, wynalezienie samego alfabetu brajlowskiego, a następnie New York Pointu. Szczególnie New York Point i jego następca, American Braille, wyznaczyły nową epokę w historii piśmiennictwa osób niewidomych. Pociągnęło to za sobą wynalezienie urządzeń do pisania i drukowania. Tym sposobem wyznaczano nowe trendy, a edukacja stawała się bardziej dostępna, wydajna i zrozumiała.

Rozwój technik i urządzeń do pisania dla osób z niepełnosprawnością wzroku

Urządzenia służące do pisania, opracowane i wynalezione dla osób niewidomych, można podzielić na trzy klasy. Pierwszą z nich tworzą urządzenia do pisania ręcznego, drugą – proste urządzenia mechaniczne, ostatnia klasa obejmuje bardziej zaawansowane urządzenia mechaniczne.

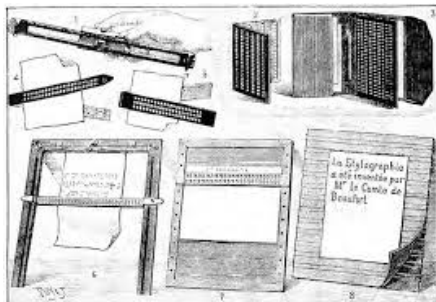
Urządzenia do pisania przez osoby niewidome

Od początku XVII w. wielu wynalazców europejskich trudziło się nad opracowaniem najlepszej metody pisania dla osób niewidomych. Jednakże były to przypadki sporadyczne. W 1640 r. niejaki Moseau z Paryża był autorem pierwszego pisma wypukłego, ale nie czuł się zadowolony ze swoich eksperymentów. Pierwszy odnotowany przypadek pisania z zastosowaniem specjalnego aparatu do pisania pochodzi z 1692 r. Dotyczy on brytyjskiego wynalazcy, sir Samuela Morlanda, który oślepił w wieku 67 lat i wykonał z pomocą przyjaciół taki aparat. Niestety, rodzaj i budowa urządzenia, którego używał, nie są znane.

Urządzenia do pisania przez osoby niewidome

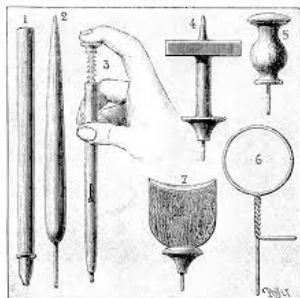
Natomiast jedną z pierwszych, niestandardowych instrukcji, dotyczących techniki pisania, zawdzięczamy Mademoiselle Walker z Schaffhausen w Szwajcarii. Opis jej techniki pisania pochodzi z 1680 r. Mademoiselle Walker uczono pisania z użyciem liter alfabetu tacińskiego wykonanego z pociętych kawałków drewna. Niewidoma kobieta zapamiętała kształt każdej litery, obrysowując ją rysikiem. Dzięki temu była potem w stanie pisać, odtwarzając ruchy ołówka na papierze. Podobnego podejścia – poznawania kształtów liter rzeźbionych w drewnie – próbowano również w Hiszpanii i we Włoszech. Metodę tę uznano jednak za nieskuteczną i ostatecznie odrzucono.

Urządzenia do pisania przez osoby niewidome



- Różne urządzenia służące do pisania przez osoby niewidome, z XIX w.
1. Signora della Casa's piston-guide.
 2. Recto-verso tablet of Laas d'Aguen.
 3. Goldberg's Danish tablet.
 4. English reglet.
 5. Ballu's reglet.
 6. Austrian tablet.
 7. Braille's tablet.
 8. Beaufort's stylograph.

Urządzenia do pisania przez osoby niewidome



Igły lub szpikulce:

1. Austrian hollow stylus. 2. Stylus for the Goldberg tablet.
3. Ballu's stylus with an effacer. 4. Another model by Ballu, with a wooden effacer.
- 5 and 6. Common models. 7. Danish form.

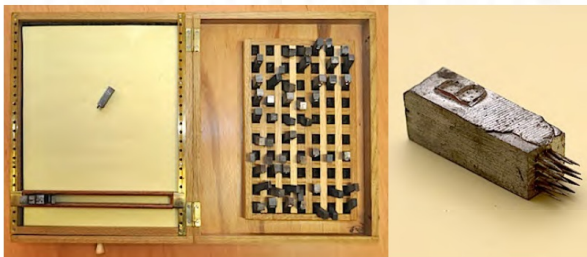
Urządzenia do pisania przez osoby niewidome



Hebold Braille writing tablet z 1832 r.

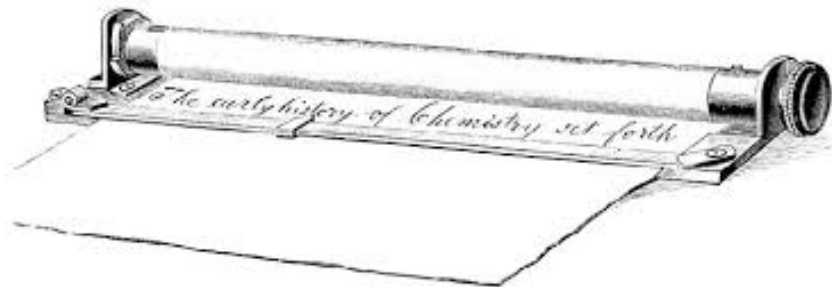
Urządzenia do pisania przez osoby niewidome

ABCDEFGHIJKLMN
OPQRSTUVWXYZ



Klocki do pisania autorstwa Wilhelma Kleina

Urządzenia do pisania przez osoby niewidome



Grawerka Edwarda Livingstona Youmansa z 1886 r.

Urządzenia do pisania przez osoby niewidome



John Martin's writing machine for blind z 1862 r. – ze zbiorów Science Museum

Urządzenia do pisania przez osoby niewidome



Raphigraph

I complet.
A cette heure chère et bénie
La joie exonde tous nos cœurs
Et notre âme émue, attendrie
Epreuve d'intimes douceurs.
De notre mère douce et bonne

Urządzenia do pisania przez osoby niewidome



Kleidograph Williama Waita z 1894 r.

Znaki pisma Braille'a

Na kolejnych slajdach zostały przedstawione wszystkie znaki punktowego pisma w układzie serii, jakie zaproponował Ludwik Braille. Schemat zawiera litery alfabetu łacińskiego, znaki interpunkcyjne oraz inne znaki o zastosowaniu uniwersalnym. Ponadto podano znaki przyporządkowane narodowym literom polskim.

a b c d e f g h i j seria 1

k l m n o p q r s t seria 2

u v x y z ź ż seria 3

ą ł ć ń ę seria 4

, ; : / ? ! () * " seria 5

apostrof kropka łącznik pusty znak ó znak liczby znak dużej litery znak kursywy seria 6

Zasadnicza treść
Poradnika

Prosty znak pierwiastka stosuje się do zapisu prostych wyrażeń podpierwiastkowych. Działanie tego znaku kończy np. pusty znak, kreska ułamkowa, inny znak pierwiastka.



Prosty znak pierwiastka



Znak poprzedzający stopień pierwiastka
wyższy od drugiego.¹

Stopień pierwiastka traktuje się jako górny
wskaźnik lewostronny i podaje przed znakiem
pierwiastka.

Definicje brajlowskich
znaków matematycznych
oraz zasady ich pisowni

Dodatkowe objaśnienia
w okienkach

$$\sqrt{16}$$



$$\sqrt{81} = 9$$









$$\sqrt[3]{27} = 3$$



Czarnodrukowy zapis
przykładowych wyrażeń
matematycznych


Odpowiadający zapis
przykładowych wyrażeń
w piśmie punktowym Braille'a

Ze względu na położenie „pustego znaku” w matematycznym zapisie brajlowskim wyróżnia się 6 grup znaków.

	Definicja znaku	Odstęp przed znakiem	Odstęp po znaku
Grupa A		TAK lub NIE	Uwzględnia definicja grup znaków A', B', C'.
Grupa B		TAK	
Grupa C		NIE	
Grupa A'		Uwzględnia definicja grup znaków A, B, C.	TAK lub NIE
Grupa B'			TAK
Grupa C'			NIE

Liczby

W zapisie liczb arabskich w piśmie punktowym Braille'a wykorzystuje się znaki pierwszej serii alfabetu poprzedzone znakiem liczbowym (znakiem liczby).

 – znak liczbowy, znak liczby

Liczebniki główne

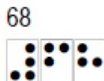


Liczebniki porządkowe

Liczebniki porządkowe zapisuje się stawiając kropkę po liczbie.



Liczby całkowite. Zapis liczb wielopozycyjnych.



2.584.537.028



Bardzo czytelny jest zapis

z zastosowaniem znaku kropki .

2584537028



Ta sama liczba zapisana bez znaku kropki jest mniej czytelna.

Liczby dziesiętne

W liczbach dziesiętnych część całkowitą od ułamkowej oddziela się przecinkiem

7,29



0,072



50,347.296



0,333... = 0,(3)



Zastosowany znak kropki w liczbach wielopozycyjnych, podobnie jak w przypadku liczb całkowitych, poprawia czytelność.

Procenty i promile

Procenty i promile z piśmnie punktowym Braille'a oznacza się następującymi znakami:

 – procent

 – promil








$$0,25 = 25\%$$



$$48\% = 480\text{‰}$$



Rzymski zapis liczb

	Zapis rzymski	Zapis arabski
I		1
V		5
X		10
L		50
C		100
D		500
M		1000

Rzymski zapis liczb

Przykłady liczb w zapisie rzymskim:

III (3)⁵



IV (4)



XLII (42)



















































CDLXXXIV (484)













MDCCCXXXVII (1837)



Alfabet grecki

alfa	α 	A 	beta	β 	B 	gamma	γ 	Γ 
delta	δ 	Δ 	epsilon	ϵ 	E 	zeta	ζ 	Z 
eta	η 	H 	teta	θ 	Θ 	jota	ι 	I 
kappa	κ 	K 	lambda	λ 	Λ 	mi	μ 	M 
ni	ν 	N 	ksi	ξ 	Ξ 	omikron	\omicron 	O 
pi	π 	Π 	ro	ρ 	P 	sigma	σ 	Σ 
tau	τ 	T 	ypsilon	υ 	Y 	fi	ϕ 	Φ 
chi	χ 	X 	psi	ψ 	Ψ 	omega	ω 	Ω 

Znaki działań i relacji

+		dodawanie	}	dodawanie i odejmowanie
-		odejmowanie		
±		plus-minus		
∓		minus-plus		
·		kropka w zapisie z odstępem	}	mnożenie
·		kropka w zapisie bez odstępów		
×		krzyżyk		
:		znak dzielenia	}	dzielenie
		kreska ułamkowa w pełnym zapisie ułamka		
		kreska ułamkowa w skróconym zapisie ułamka		

Znaki działań i relacji

=		równa się
≠		nie równa się
≡		równa się tożsamościowo
≢		nie równa się tożsamościowo
≐		równa się z definicji
≈		równa się w przybliżeniu
>		większy
≥		większy lub równy
≱		nie większy
≫		znacznie większy
<		mniejszy
≤		mniejszy lub równy
≰		nie mniejszy
≪		znacznie mniejszy

$$7 - 4 = 3$$

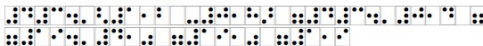
$$2 \cdot 5 < 47 : 3$$



Różne działania...

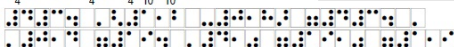
$$4\frac{3}{4} \cdot (1,2 - 0,8) = 4\frac{3}{4} \cdot 0,4 = \frac{19}{4} \cdot \frac{4}{10} = \frac{19}{10} = 1,9$$

Zapis brajowski z kropką bez odstępu.



$$4\frac{3}{4} \cdot (1,2 - 0,8) = 4\frac{3}{4} \cdot 0,4 = \frac{19}{4} \cdot \frac{4}{10} = \frac{19}{10} = 1,9$$

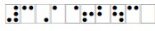
Zapis brajowski z kropką z odstępu.



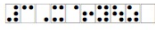
Ułamki algebraiczne

W zapisie ułamków algebraicznych obowiązują zasady oraz reguły zapisu wyrażeń algebraicznych.²⁸

$$\frac{3a+b}{c}$$



$$\frac{3x+y}{z}$$



- Raz postawiony znak alfabetu w wyrażeniu obowiązuje do końca tego wyrażenia lub do odwołania go znakiem innego alfabetu.
- Użycie znaku alfabetu obowiązuje przed pierwszą literą wyrażenia matematycznego.
- Znak wielkiej litery i znaki greckich liter małej i dużej można stosować nadmiarowo.

Gdy licznik jest długi, należy postawić znak początku ułamka.

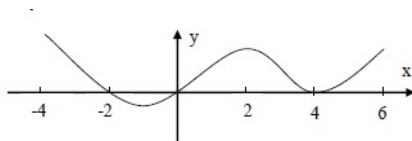
$$\frac{3a+2b}{4c}$$



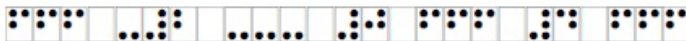
$$\frac{0,6a+1,4b}{5a-6b}$$



Szkic wykresu...



Używając znaków brajlowskich, taki szkic wykresu można przedstawić graficznie w następujący sposób:



Do systemu L^AT_EX stworzony został dodatkowy pakiet o nazwie „braille”, umożliwiający składanie dokumentów zawierających tekst w brajlu czarnodrukowym.