

Zadania przygotowawcze do egzaminu

Część zadaniowa:

1. Sprawdź, czy podane zdanie jest tautologią rachunku zdań: $(p \vee q) \Leftrightarrow [p \wedge (\neg q \Rightarrow p)]$,

2. Oblicz granice:

(a) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{-2x^2 - 7x - 3}{x^2 - x - 12}$,

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{\operatorname{tg} 9x}$,

(c) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\ln x}{\sqrt{x^2 + 1}}$,

(d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+16} - 4}{\sqrt{x+1} - 1}$.

(e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{8^n + 3\left(\frac{2}{3}\right)^n + \left(\frac{8}{2}\right)^n}$,

(f) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3 - 6n + 7}{-9n^3 + 5}$,

(g) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+4} - \sqrt{n-7})$,

3. Oblicz pochodne funkcji:

(a) $f(x) = x^4 - 5 \ln x - 3 \cos x + \frac{x+1}{x^2-3x}$,

(b) $f(x) = (\sqrt{x} + 1) \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - 1\right)$,

(c) $f(x) = \operatorname{tg}^2 x$,

(d) $f(x) = \sqrt{x + \sqrt{x}}$.

(e) $f(x) = \cos^5 4x$,

(f) $f(x) = 2x \ln x + 2x^2$,

4. Zbadaj zbieżność szeregów:

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{5^n}$,

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n^{56}}$,

(c) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2}{n+4}$,

(d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{2n^2 + 8n - 3}$.

5. Znajdź ekstrema lokalne oraz zbadaj monotoniczność funkcji: $f(x) = \frac{x^5}{5} - \frac{x^3}{3} - 4$.

6. Dla jakiej wartości parametru a funkcja f jest ciągła w zbiorze liczb rzeczywistych, gdy:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+5x-6}{x^2-8x+7}, & \text{gdy } x \neq 1, \\ a, & \text{gdy } x = 1. \end{cases}$$

7. Znajdź asymptoty wykresu funkcji: $g(x) = \frac{x-5}{x^2-3x+2}$.