

## Zadania z analizy matematycznej. Zastosowania rachunku różniczkowego.

1. Oblicz granice (np. korzystając z reguły de l'Hospitala):

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{2x}$ ,

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin 2x}$ ,

(c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{1 - \cos 4x}$ ,

(d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{x^2}$ ,

(e)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\ln x}$ ,

(f)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 - x - 1}{x^2 + 5}$ ,

(g)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \arctg x}{x^3}$ ,

(h)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$ ,

(i)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x} \right)$ ,

(j)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} (1-x) \ln(1-x)$ ,

(k)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{1/x}$ ,

(l)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \frac{1}{x} \right)^{\sin x}$ .

2. Oblicz ekstrema oraz zbadaj monotoniczność funkcji:

(a)  $f(x) = 2x^6 - 3x^4$ ,

(b)  $f(x) = x^3 + 12x^2 + 36x - 50$ ,

(c)  $f(x) = x(3-x)^2$ ,

(d)  $f(9x) = \frac{2x}{x^2+1}$ ,

(e)  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ .

3. Zbadaj przebieg zmienności funkcji:

(a)  $f(x) = \frac{x^2}{2x-3}$ ,

(b)  $f(x) = \frac{e^x}{x+1}$ ,

(c)  $f(x) = (\ln x)^3 - 3 \ln x$ ,

(d)  $f(x) = x^3 + x^2 - 16x - 16$ ,

(e)  $f(x) = \frac{3x-1}{2x+1}$ ,

(f)  $f(x) = \frac{x}{x+1}$ ,

(g)  $f(x) = \frac{x^3}{(x-1)^2}$ .