Zbiór zadań z Matematyki I

Zadanie 1 *Sprawdź czy następujące wyrażenia są tautologiami:*

(a) $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p)$;

(b) $(p \wedge q \Rightarrow r) \Leftrightarrow [p \Rightarrow (q \Rightarrow r)]$;

(c) $p \Rightarrow [q \Rightarrow (p \wedge q)]$;

(d) $\neg[p \wedge (\neg p \wedge q)]$;

(e) $[p \Rightarrow (q \Rightarrow r)] \Leftrightarrow [q \Rightarrow (p \Rightarrow r)]$.

Zadanie 2 *Czy prawdziwe jest zdanie:*

(a) *Jeżeli liczba naturalna a dzieli się przez 2 i dzieli się przez 3, to z faktu, iż a nie dzieli się przez 3 wynika, iż a nie dzieli się przez 2.*

(b) *Jeżeli liczba naturalna a dzieli się przez 3 i dzieli się przez 4, to z faktu, iż a nie dzieli się przez 2 wynika, iż a nie dzieli się przez 3.*

Zadanie 3 *Oblicz sumę i przekrój zbiorów:*

(a) $A_n = \{x \in \mathbb{R} : -\frac{1}{n+1} < x \leqslant \frac{1}{n+1}\}$, $n \in \mathbb{N}$;

(b) $A_n = \{x \in \mathbb{R} : n^2 < x \leqslant (n+1)^2\}$, $n \in \mathbb{N}$;

(c) $A_n = \{x \in \mathbb{R} : 1 + \frac{1}{n} < x \leqslant 2 + \frac{1}{n}\}$, $n \in \mathbb{N}$.

Zadanie 4 *Znajdź kresy zbiorów:*

(a) $A = \{\frac{n}{n+1} : n \in \mathbb{N}\}$;

(b) $A = \{x \in \mathbb{R} : |2x - 5| < 3\}$;

(c) $A = \{1 + \frac{(-1)^n}{n} : n \in \mathbb{N}\}$;

(d) $A = \{x \in \mathbb{R} : x > 0 \wedge \sin\frac{1}{x} = 0\}$.

Zadanie 5 *Korzystając z indukcji matematycznej wykaż, że:*

(a) $1 + 2 + \ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}$, $n \in \mathbb{N}$;

(b) $1^2 + 2^2 + \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$, $n \in \mathbb{N}$;

(c) $\frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$, $n \in \mathbb{N}$;

(d) $3 \mid 10^n + 4^n - 2$, $n \in \mathbb{N}$;

(e) $3 \mid n^3 + 2n$, $n \in \mathbb{N}$;

(f) $8 \mid 5^n + 2 \cdot 3^{n-1} + 1$, $n \in \mathbb{N}$;

(g) *dla* $a > -1$ *mamy* $(1+a)^n \geqslant 1 + na$, $n \in \mathbb{N}$;

(h) $1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{n}} > \sqrt{n}$, $n \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$.

Zadanie 6 *Znajdź postać trygonometryczną liczb zespolonych*

(a) $1 + i$;

(b) $1 - i$;

(c) $1 + \sqrt{3}i$;

(d) $2\sqrt{3} - 2i$;

(e) 4;

(f) $2i$.

Zadanie 7 *Znajdź postać arytmetyczną liczb zespolonych*

(a) $3(\cos(-\dfrac{\pi}{2}) + i\sin(-\dfrac{\pi}{2}))$;

(b) $8(\cos\dfrac{\pi}{3} + i\sin\dfrac{\pi}{3})$;

(c) $2(\cos\pi + i\sin\pi)$.

Zadanie 8 *Oblicz potęgi*

(a) $(1 - i)^4$;

(b) $(1 + \sqrt{3}i)^3$;

(c) $(\sqrt{3}-i)^6$.

Zadanie 9 *Znajdź pierwiastki*

(a) $\sqrt[3]{1}$;

(b) $\sqrt{2-2\sqrt{3}i}$;

(c) $\sqrt[3]{i}$;

(d) $\sqrt[6]{-64}$.

Zadanie 10 *Narysuj na płaszczyźnie zespolonej*

(a) $|z+3-3i|>3,\ Arg\, z\in[\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{4}]$;

(b) $|z-(1+i)|\cdot|z-2+2i|\cdot|z+2-3i|=0$.

Zadanie 11 *Rozwiąż równania*

(a) $z^2+(2+2i)z+3-2i-0$;

(b) $z^2+(1+4i)z-5-i=0$;

(c) $z^2+2iz+i-1=0$.

(d) $z^3+z^2+z+1=0$.

(e) $z^4-5z^2+4=0$.

Zadanie 12 *Sprawdź czy funkcja $f\colon\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ jest parzysta, nieparzysta, okresowa:*

(a) $f(x)=\sqrt{|\sin x|}$;

(b) $f(x)=\sin x+\cos x$;

(c) $f(x)=\sin(2x)+\cos(3x)$;

(d) $f(x)=(x-[x])^2$.

Zadanie 13 *Oblicz złożenie funkcji $g\circ f$:*

(a) $f(x)=\begin{cases} x+1 & ,x<1\\ x^2+x & ,x\geqslant 1\end{cases},\ g(x)=\frac{x}{x^2+1}$;

(b) $f(x)=\frac{1}{x},\ g(x)=x^2$;

(c) $f(x,y)=xy+x^2,\ g(x)=(x,\sin x)$;

(d) $f(x,y)=(x+y,x-2y),\ g(x,y)=(x-y,x+y)$.

Zadanie 14 *Sprawdź czy funkcja jest "1-1" i "na". Jeśli tak, to wyznacz funkcję odwrotną.*

(a) $f(x)=\begin{cases} \frac{2x+1}{x+2} & ,x\neq -2\\ 2 & ,x=-2\end{cases}$;

(b) $f(x)=\begin{cases} 2x+3 & ,x\in\mathbb{R}\setminus\{-1,0\}\\ 3 & ,x=-1\\ 1 & ,x=0\end{cases}$;

(c) $f(x)=\begin{cases} -x^2 & ,x<0\\ x & ,x\in[0,1)\\ 2x-1 & ,x\geqslant 1\end{cases}$;

(d) $f(x)=\begin{cases} x+1 & ,x<1\\ 3 & ,x=1\\ x^2+2x+1 & ,x>1\end{cases}$;

(e) $f(x)=(x+2,2x+1),\ x\in\mathbb{R}$;

(f) $f(x,y)=(x+2y,x),\ x,y\in\mathbb{R}$;

(g) $f(x,y)=(x+2y,xy),\ x,y\in\mathbb{R}$.

Zadanie 15 *Oblicz granicę ciągów:*

(a) $a_n=\frac{n}{n^2+1}\sin(3n+1),\ n\in\mathbb{N}$;

(b) $a_n=\frac{1+4+7+...+(3n-2)}{n^2},\ n\in\mathbb{N}$;

(c) $a_n=\frac{1-2+3-4+...-2n}{\sqrt{n^2+1}},\ n\in\mathbb{N}$;

(d) $a_n = \frac{4\cdot 3^{n+1}+2\cdot 4^n}{5\cdot 2^n+4^{n+2}},\ n\in\mathbb{N};$

(e) $a_n = \sqrt{n^2+n}-\sqrt{n^2-n},\ n\in\mathbb{N};$

(f) $a_n = \frac{1}{n}\binom{n}{1}+\frac{1}{n^2}\binom{n}{2}+\frac{1}{n^3}\binom{n}{3},\ n\in\mathbb{N};$

(g) $a_n = \frac{\sqrt{n^2+5}-n}{\sqrt{n^2+2}-n},\ n\in\mathbb{N};$

(h) $a_n = \frac{\binom{n+2}{n}}{n^2},\ n\in\mathbb{N};$

(i) $a_n = \frac{1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{2^n}}{1+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{3^n}},\ n\in\mathbb{N};$

(j) $a_n = \frac{(n+2)!+(n+1)!}{(n+2)!-(n+1)!},\ n\in\mathbb{N};$

(k) $a_n = \frac{1+2-3+4+5-6+\ldots+(3n-2)+(3n-1)-3n}{n^2+n+1},\ n\in\mathbb{N};$

(l) $a_n = n(\sqrt[3]{n^3+n}-n),\ n\in\mathbb{N};$

(m) $a_n = \sqrt[3]{n(n+1)^2}-\sqrt[3]{n(n-1)^2},\ n\in\mathbb{N};$

(n) $a_n = \frac{\binom{n+2}{n+1}^2}{2+4+\ldots+2n},\ n\in\mathbb{N};$

(o) $a_n = (1-\frac{1}{n})^n,\ n\in\mathbb{N};$

(p) $a_n = (\frac{3n-1}{3n+1})^{n+4},\ n\in\mathbb{N};$

(q) $a_n = (1+\frac{1}{n^2})^n,\ n\in\mathbb{N};$

(r) $a_n = (\frac{n^2+3}{n^2+1})^{2n^2+5},\ n\in\mathbb{N};$

(s) $a_n = \sqrt[n]{n},\ n\in\mathbb{N}.$

Zadanie 16 *Wyznacz granicę ciągów korzystając z twierdzenia o trzech ciągach*

(a) $a_n = \sqrt[n]{2\cdot 3^n+4\cdot 7^n},\ n\in\mathbb{N};$

(b) $a_n = \sqrt[n]{3n+\sin n},\ n\in\mathbb{N};$

(c) $a_n = \frac{1}{n^2+1}+\frac{2}{n^2+2}+\ldots+\frac{n}{n^2+n},\ n\in\mathbb{N};$

(d) $a_n = \sqrt[n]{2n+\frac{(-1)^n}{n}},\ n\in\mathbb{N}.$

Zadanie 17 *Wyznacz dziedzinę funkcji:*

(a) $f(x)=\sqrt{-5x};$

(b) $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x^2-4x}};$

(c) $f(x)=\arcsin\sqrt{2x};$

(d) $f(x)=\sqrt{\ln\left(\frac{5x-x^2}{4}\right)}.$

Zadanie 18 *Wyznacz zbiór wartości funkcji:*

(a) $f(x)=x^2-2x+3;$

(b) $f(x)=\frac{1}{|x|-1};$

(c) $f(x)=4-5\sin x;$

(d) $f(x)=\frac{x^2}{x^2+1};$

(e) $f(x)=3\mathrm{e}^{-|x|}.$

Zadanie 19 *Wyznaczyć granicę funkcji w punkcie*

(a) $\lim\limits_{x\to -1}\frac{x^4+3x^2-4}{x+1};$

(b) $\lim\limits_{x\to +\infty}(\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1});$

(c) $\lim\limits_{x\to 16}\frac{\sqrt{x\sqrt{x}}-8}{\sqrt[4]{x}-2};$

(d) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{1+x}-1}{x};$

(e) $\lim\limits_{x\to 1}(\sqrt{x^2+8x+3}-\sqrt{x^2+11x});$

(f) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\operatorname{tg}x}{\sin x};$

(g) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{4}}\frac{\sqrt{\sin x}-\sqrt{\cos x}}{\sin x-\cos x};$

(h) $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x}\cdot\sin(\sqrt{x+1}-\sqrt{x})$;

(i) $\lim\limits_{x\to+\infty} x\sin\frac{1}{x}$;

(j) $\lim\limits_{x\to+\infty} (\frac{2x+3}{2x+1})^{x+1}$;

(k) $\lim\limits_{x\to+\infty} (\frac{3x-1}{3x+1})^{2x-5}$.

Zadanie 20 *Sprawdź czy funkcja jest ciągła:*

(a) $f(x)=\begin{cases} x^2 & ,x\in[0,1] \\ 2-x^2 & ,x\in(1,2] \end{cases}$;

(b) $f(x)=\begin{cases} \cos\frac{\pi x}{2} & ,|x|\leqslant 1 \\ |x-1| & ,|x|>1 \end{cases}$;

(c) $f(x,y)=\begin{cases} \frac{x^2y}{x^2+y^2} & ,(x,y)\in\mathbb{R}^2\setminus\{(0,0)\} \\ 0 & ,(x,y)=(0,0) \end{cases}$;

Zadanie 21 *Wyznacz asymptoty funkcji:*

(a) $f(x)=\frac{2x+3}{x-5}$;

(b) $f(x)=\frac{\sin x}{x}$;

(c) $f(x)=\frac{x^2+4x+5}{x-2}$;

(d) $f(x)=x+\operatorname{arctg} x$.

Zadanie 22 *Wykaż zbieżność szeregów i znajdź ich sumy*

(a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$;

(b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$;

(c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$;

(d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3^n+2^n}{6^n}$.

Zadanie 23 *Wykaż rozbieżność szeregów*

(a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[n]{n}}$;

(b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^{(-1)^n n}$;

(c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \cos(\sin\frac{1}{n})$;

(d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n(\sqrt{n^2+1}-\sqrt{n^2-1})$.

Zadanie 24 *Zbadaj zbieżność szeregów stosując kryterium porównawcze*

(a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}\sqrt{\sin\frac{1}{n}}$;

(b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})$;

(c) $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln n}$;

(d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n\sqrt{n+1}}}$;

(e) $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\ln n}$;

(f) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}\ln(1+\frac{1}{n})$;

(g) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{e^{\frac{1}{n}}}{n}$;

(h) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \frac{1}{n}$;

(i) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\frac{1}{n}}}{n}$.

Zadanie 25 *Zbadaj zbieżność szeregów stosując kryterium d'Alemberta*

(a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{10^n}{n!}$;

(b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}$;

(c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$;

(d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{2^n+3^n}$;

(e) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n \ln(n!)}$.

Zadanie 26 *Zbadaj zbieżność szeregów stosując kryterium Cauchy'ego*

(a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (\operatorname{arctg}(n^2+1))^n$;

(b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(2+\frac{1}{n})^n}$;

(c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (\frac{n}{2n+1})^n$;

(d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (\frac{1}{\ln(n+1)})^n$;

(e) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^n}{n^{n^2}}$.

Zadanie 27 *Oblicz pochodną funkcji:*

(a) $f(x) = (\sqrt{x}+1)(\frac{1}{\sqrt{x}}-1)$;

(b) $f(x) = \frac{2}{x^3-1}$;

(c) $f(x) = \frac{2x^4}{9-x^2}$;

(d) $f(x) = \sqrt[3]{\frac{1}{1+x^2}}$;

(e) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^4-x^8}}$;

(f) $f(x) = \frac{x}{1-\cos x}$;

(g) $f(x) = \cos^2 x$;

(h) $f(x) = 3\sin^2 x - \sin^3 x$;

(i) $f(x) = 3\sin(3x+5)$;

(j) $f(x) = \sin(\sqrt{1+x^2})$;

(k) $f(x) = x \arcsin x$;

(l) $f(x) = \operatorname{arctg}^2 \frac{1}{x}$;

(m) $f(x) = \arcsin \frac{2}{x}$;

(n) $f(x) = \sqrt{\ln x}$;

(o) $f(x) = \frac{\ln x}{1+x^2}$;

(p) $f(x) = \ln \sin x$;

(q) $f(x) = \frac{x}{4^x}$;

(r) $f(x) = x 8^{x^2}$;

(s) $f(x) = \frac{e^x}{1+x^2}$;

(t) $f(x) = 3^{\sin x}$;

(u) $f(x) = x^x$.

Zadanie 28 *Zbadaj przebieg zmienności funkcji*

(a) $f(x) = \frac{\ln x}{x}$;
(b) $f(x) = \frac{x-1}{x\sqrt{x}}$;
(c) $f(x) = |x|\mathrm{e}^{-x^2}$;
(d) $f(x) = \frac{\mathrm{e}^x}{x+1}$;
(e) $f(x) = x^{\frac{2}{3}}\mathrm{e}^{\frac{-x^2}{3}}$;
(f) $f(x) = \frac{x^4}{x^3-x}$.

Zadanie 29 *Znajdź ekstrema funkcji:*
(a) $f(x) = x\ln x,\ x > 0$;
(b) $f(x) = x^3 - x^2 + 1$;
(c) $f(x) = x + \frac{1}{x},\ x > 0$;
(d) $f(x) = \ln x + \frac{1}{x},\ x > 0$;
(e) $f(x) = x^2\mathrm{e}^{-x^2}$;
(f) $f(x) = x\operatorname{arctg} x - \frac{1}{2}\ln(1 + x^2)$;
(g) $f(x) = x\arcsin x + \sqrt{1 - x^2},\ x \in [-1, 1]$;
(h) $f(x) = 3\sqrt[3]{x} - 2\sqrt{x},\ x > 0$;
(i) $f(x) = x^{x^2},\ x > 0$.

Zadanie 30 *Oblicz całki stosując wzór na całkowanie przez części:*
(a) $\int x\sin x dx$;
(b) $\int x\mathrm{e}^x dx$;
(c) $\int x\cos x dx$;
(d) $\int x\mathrm{e}^{-x} dx$;
(e) $\int x\operatorname{arctg} x dx$;
(f) $\int x^n \ln x dx,\ n \in \mathbb{N}$;
(g) $\int \arccos x dx$;
(h) $\int \arcsin x dx$;
(i) $\int x\operatorname{tg}^2 x dx$;
(j) $\int x\cos^2 x d$;
(k) $\int x\ln(x^2 + 1)dx$;
(l) $\int x^3\mathrm{e}^x dx$;

Zadanie 31 *Oblicz całki stosując całkowanie przez podstawienie:*
(a) $\int x\mathrm{e}^{-x^2} dx$;
(b) $\int x\sqrt{1 - x^2}dx$;
(c) $\int \frac{dx}{x\ln x}$;
(d) $\int \frac{\ln^5 x}{x} dx$;
(e) $\int \frac{3x+5}{x^2+1} dx$;
(f) $\int \frac{\cos\sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$;
(g) $\int \frac{\cos x}{1+4\sin^2 x} dx$;
(h) $\int \frac{\mathrm{e}^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx$;
(i) $\int \frac{x^3}{1+x^8} dx$;
(j) $\int \frac{dx}{x\ln x\ln(\ln x)}$.

Zadanie 32 *Oblicz całki funkcji wymiernych:*
(a) $\frac{xdx}{2x^2-3x-2}$;
(b) $\int \frac{x^5+x^4-8}{x^3-4x} dx$;
(c) $\int \frac{dx}{x^3+x}$;

(d) $\int \frac{dx}{(1+x^2)^3}$.

Zadanie 33 *Oblicz pola figur ograniczonych wykresami:*

(a) $y = x^2,\ x = y^2$;

(b) $y = \ln x,\ y = x - 1$;

(c) $y = x^2,\ y = x^3$;

(d) $y = x^3,\ y = x^5$;

(e) $y = x^2 - 6x + 10,\ y = 6x - x^2$;

(f) $x^2 + y^2 = 8,\ 2y = x^2$;

(g) $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1,\ \frac{x^2}{2} - y^2 = 1$;

(h) $y = \frac{1}{1+x^2},\ y = \frac{x^2}{2}$;

Zadanie 34 *Oblicz wyznaczniki macierzy:*

(a) $\begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \end{vmatrix}$;

(b) $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 1 \end{vmatrix}$;

(c) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 5 \end{vmatrix}$;

(d) $\begin{vmatrix} -1 & 5 & 4 \\ 3 & -2 & 0 \\ -1 & 3 & 6 \end{vmatrix}$;

(e) $\begin{vmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \end{vmatrix}$;

(f) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$;

Zadanie 35 *Oblicz iloczyn macierzy:*

(a) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -4 & 0 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$;

(b) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}^2$;

(c) $\begin{bmatrix} 6 & 4 \\ -2 & 1 \\ 7 & 9 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$;

(d) $\begin{bmatrix} -3 & 4 & 1 \\ 0 & 2 & 8 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}^2$;

(e) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$;

(f) $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$;

Zadanie 36 *Wyznacz macierz odwrotną:*

(a) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$;

(b) $\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$;

(c) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$;

(d) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$;

Zadanie 37 *Rozwiąż następujące równania macierzowe:*

(a) $X \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$;

(b) $\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$;

(c) $X \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 5 \end{bmatrix}$;

(d) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} X \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$;

Zadanie 38 *Stosując wzory Cramera wyznacz rozwiązania układów równań:*

(a) $\begin{cases} 2x - y + z = 4 \\ 3x + 4y - 2z = 11 \\ 3x - 2y + 4z = 11 \end{cases}$;

(b) $\begin{cases} x + y + 2z = -1 \\ 2x - y + 2z = -4 \\ 4x + y + 4z = -2 \end{cases}$;

(c) $\begin{cases} x + y + 4z = 31 \\ 5x + y + 2z = 29 \\ 3x - y + z = 10 \end{cases}$;

(d) $\begin{cases} ax + y + z = 1 \\ x + ay + z = a \\ x + y + az = a^2 \end{cases}$;

(e) $\begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ x - y + z = 0 \\ 2x + ay + 2z = b \end{cases}$.