

Wybrane zagadnienia matematyki elementarnej

Zastosowania twierdzenia Pitagorasa

1. W prostokącie $ABCD$ dany jest punkt wewnętrzny P , który jest odległy od kolejnych wierzchołków prostokąta o 3, 4, 5. Oblicz odległość punktu P od czwartego wierzchołka prostokąta.
2. Dany jest trójkąt prostokątny, w którym kąt $\angle ACB$ ma miarę 90° . W tym trójkącie poprowadzono środkowe AD i BE . Udowodnij, że

$$4(|AD|^2 + |BE|^2) = 5|AB|^2.$$

3. W trójkącie równobocznym odległość pewnego punktu wewnętrznego od wierzchołków wynosi odpowiednio: 2, 4, $2\sqrt{3}$. Znajdź długość boku tego trójkąta.
4. (Magiczny las) Pokaż, że istnieje las, w którym w odległości $\sqrt{65}$ m od każdej sosny rośnie co najmniej osiem brzoź i sosen jest więcej niż brzoź.
5. W kwadracie o długości boku 1 znajdują się punkty. Udowodnij, że można narysować zwyczajną łamaną zamkniętą przechodzącą przez wszystkie punkty w ten sposób, że suma kwadratów długości wszystkich odcinków jest nie większa niż 4.