

1. SZACHOWNICE

Zadanie 1. Czy szachownicę 8×8 można “obskoczyć” ruchami konika szachowego, stając na każdym polu dokładnie raz, jeśli startujemy z lewego dolnego rogu, a kończymy w prawym górnym?

Zadanie 2. Czy kwadrat 10×10 można pokryć tetraminami w kształcie litery T składającymi się z czterech pól 1×1 ?

Zadanie 3. Czy kwadrat 10×10 można pokryć klockami o wymiarach 1×4 ?

Zadanie 4. Pewien prostokąt pokryto klockami, z których każdy jest wymiaru 2×2 lub 1×4 . Następnie zebrano wszystkie klocki i wymieniono jeden klocek 2×2 na klocek 1×4 . Wykaż, że nie da się pokryć wyjściowego prostokąta tak otrzymanym nowym zestawem klocków.

Zadanie 5. Udowodnij, że kwadratu 9×9 nie można pokryć klockami, z których każdy jest wymiaru 1×5 lub 1×6 .

Zadanie 6. Wyznacz wszystkie liczby naturalne n o następującej własności: w kwadracie $n \times n$ można umieścić nie nachodzące na siebie klocki 1×4 w taki sposób, aby zajęte były wszystkie pola nie leżące przy brzegu (należy wypełnić ściśle kwadrat $(n-2) \times (n-2)$, a klocki mogą wystawać jedno pole poza ten kwadrat).

Zadanie 7. Czy kwadrat 13×13 można pokryć klockami, z których każdy ma wymiary 2×2 lub 3×3 ?

Zadanie 8. Czy szachownicę 8×8 można pokryć piętnastoma tetraminami w kształcie litery L , składającymi się z czterech kwadratów 1×1 , oraz jednym kwadratem 2×2 ?

Zadanie 9. Kwadrat o wymiarach 7×7 jest pokryty szesnastoma klockami o wymiarach 3×1 i jednym o wymiarach 1×1 . Jakie są możliwe położenia klocka 1×1 w tym kwadracie?

Zadanie 10. Wszystkie pola pokratkowanej płaszczyzny są pokolorowane na białe. Przeprowadzamy wielokrotnie następującą operację: wybieramy dowolny kwadrat 3×3 lub 4×4 , po czym każde jego czarne pole przekolorowujemy na białe, a białe na czarne. Czy za pomocą skończonej liczby takich operacji można otrzymać płaszczyznę, w której pola pewnego kwadratu 2×2 są czarne, a pozostałe pola są białe?

Zadanie 11. Na nieskończonej szachownicy kładziemy 90 pionków w pewnym prostokącie 9×10 . Dozwolone ruchy to bicie pionka w pionie lub poziomie, przeskakując go. Zbity pionek usuwamy. Czy możliwe jest doprowadzenie do sytuacji, w której na szachownicy został tylko jeden pionek?

Zadanie 12. W każdym polu tablicy o wymiarach 8×8 zapisano liczbę całkowitą. Ruch polega na dodaniu jedynki do wszystkich liczb znajdujących się w obrębie kwadratu o wymiarach 3×3 lub 4×4 . Czy przy pomocy takich ruchów dla każdej tablicy startowej można dojść do tablicy, w której wszystkie liczby są podzielne przez 3? Czy da się uzyskać tablicę ze wszystkimi liczbami parzystymi?

Zadanie 13. Dany jest kwadrat o wymiarach 8×8 , na którym ułożono dwadzieścia jeden klocków o wymiarach 1×3 i jeden klocek o wymiarze 1×1 . Wskaż wszystkie miejsca, w których może leżeć klocek 1×1 .

Zadanie 14. Czy można pokryć szachownicę o wymiarach 13×13 czterdziestoma dwoma klockami o wymiarach 1×4 w taki sposób, że tylko środkowe pole szachownicy pozostanie niezakryte?

Zadanie 15. Czy szachownicę 2014×2014 z usuniętym jednym narożnym polem można pokryć klockami 1×5 i klockami w kształcie krzyżyka (o pięciu polach)?

Zadanie 16. Na szachownicy 20×20 umieszczono 48 kwadratów 2×2 tak, że każdy pokrywa 4 pola. Wykaż, że na szachownicy można umieścić jeszcze jeden taki kwadrat.

Zadanie 17. Dana jest szachownica o wymiarach 2018×2018 . Czy można ją tak pokryć kostkami domina (2×1), aby liczba kostek ułożonych poziomo była równa liczbie kostek ułożonych pionowo?

Zadanie 18. Rozstrzygnij, czy prostokąt o wymiarach $10^{2014} \times 3^{2014}$ można pociąć na prostokąty o wymiarach 5×6 .