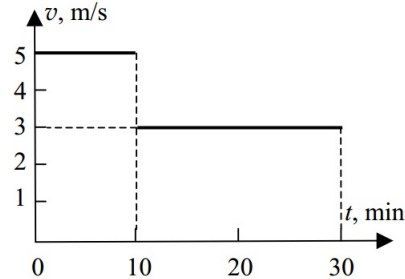


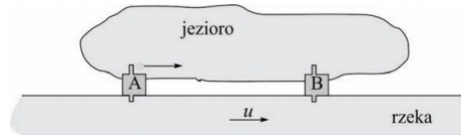
Wybrane zagadnienia fizyki matematycznej

Zestaw 1 (fizyka w szkole)

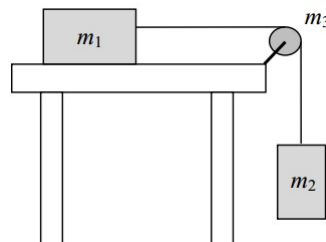
1. Na wykresie przedstawiono zależność wartości prędkości motorówki względem brzegu od czasu. Motorówka pływała wzdłużprostoliniowego brzegu rzeki z prądem i pod prąd. Przez cały czas silnik motorówki pracował z pełną mocą i wartość prędkości motorówki względem wody była stała. Prędkość wody w rzece także była stała i mniejsza od prędkości motorówki względem wody.



- (a) Oblicz drogę, jaką przebyła motorówka w czasie 30 minut ruchu.
- (b) Oblicz wartość prędkości motorówki względem wody.
- (c) Narysuj wykres zależności położenia x motorówki od czasu t . Przyjmij, że oś x jest zwrócona zgodnie z nurtem rzeki, a ruch rozpoczyna się w punkcie $x_0 = 0$.
- (d) Z przystani A wyruszają jednocześnie z jednakową stałą prędkością v względem wody dwie motorówki. Jedna płynie po jeziorze, a druga – po rzece płynącej z A do B z prędkością u względem brzegu. Po dopłynięciu do przystani B motorówki zawracają. Ustal, która motorówka wcześniej powróci do przystani A . Odpowiedź uzasadnij, zapisując odpowiednie zależności.



2. Do krawędzi stołu przymocowany jest blok nieruchomy, będący jednorodnym krążkiem o masie m_3 , obracającym się bez tarcia. Przez blok przełożona jest bardzo lekka i nierozciągliwa linka, której jeden koniec doczepiony jest do skrzynki o masie m_1 , a drugi – do skrzynki o masie m_2 . Pierwsza skrzynka leży na stole, a druga wisi na linie (rys. poniżej). Współczynnik tarcia pierwszej skrzynki o stół oznaczamy jako μ (bez rozróżnienia współczynników tarcia statycznego i kinetycznego). Moment bezwładności jednorodnego krążka (lub walca) względem jego osi wyraża się wzorem $I = \frac{1}{2}mR^2$, gdzie R jest promieniem krążka, a m – jego masą. W chwili początkowej obie skrzynki były nieruchome.



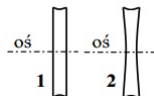
- (a) Skrzynki zaczęły się poruszać. Dorysuj i opisz wektory sił działających na obydwie skrzynki wzdłuż ich kierunków ruchu.

(b) Wykaż, że podczas ruchu skrzynek ich przyspieszenie można wyrazić wzorem

$$a = \frac{m_2 - \mu m_1}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2}m_3} \cdot g$$

Skorzystaj ze wzorów wyrażających II zasadę dynamiki dla bloku, pierwszej i drugiej skrzynki.

(c) Blok zastąpiono innym – o tej samej masie i promieniu, ale cieńszym bliżej osi, a grubszym na obrzeżu. Oba bloki są wykonane z jednorodnego materiału, a obok zostały przedstawione w przekroju. Określ, czy zastąpienie bloku 1 przez blok 2 spowodowało wzrost przyspieszenia układu, czy spadek, czy też przyspieszenie się nie zmieniło. Uzasadnij odpowiedź.



(d) Oblicz wartość przyspieszenia określonego wzorem z punktu b dla następujących danych: $m_1 = 2kg$, $m_2 = 0,4kg$, $m_3 = 0,5kg$, $\mu = 0,3$. Zinterpretuj otrzymany wynik, uwzględniając fakt, że skrzynki początkowo spoczywały.

3. Kierowca samochodu jadącego z prędkością $80km/h$ nacisnął hamulec, który zaczął działać, gdy samochód był w odległości $60m$ od ronda. Samochód jechał po linii prostej ze stałym opóźnieniem i wjechał na rondo, gdy jego prędkość spadła do $35km/h$. W czasie jazdy po rondzie samochód nie przyspieszał ani nie zwalniał.

(a) Oblicz czas dojazdu do ronda i wartość opóźnienia samochodu podczas dojazdu.

(b) Oblicz minimalną wartość współczynnika tarcia opon o jezdnię – wartość konieczną do tego, aby nie nastąpił poślizg samochodu podczas hamowania. Przyjmij, że jezdnia jest pozioma, a opóźnienie samochodu wynosiło $3m/s^2$.

(c) Oblicz maksymalną bezpieczną prędkość na rondzie, jeżeli tor jazdy jest okręgiem o promieniu $20m$, a współczynnik tarcia opon o jezdnię wynosi $0,5$. Jezdnia jest pozioma i płaska, a samochód należy traktować jako punkt materialny.