

## Równania różniczkowe zwyczajne

1. Zbadać stabilność rozwiązania zerowego układu:

$$(a) \begin{cases} y_1' = -6y_1 + y_2, \\ y_2' = -2y_1 - 3y_2, \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} y_1' = y_2 + y_3, \\ y_2' = y_1 + y_3, \\ y_3' = y_1 + y_2, \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} y_1' = -4y_1 + 4y_2 - 4y_3, \\ y_2' = 2y_1 + 3y_2 - 4y_3, \\ y_3' = 5y_1 - y_3. \end{cases}$$

2. Rozwiązać podane układy równań różniczkowych i narysować ich portrety fazowe:

$$(a) \begin{cases} x' = 2x, \\ y' = -y, \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} x' = x, \\ y' = 2y, \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} x' = -x, \\ y' = -\frac{1}{2}y, \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} x' = \frac{1}{2}x, \\ y' = \frac{1}{2}y. \end{cases}$$

3. Wyznaczyć wszystkie punkty równowagi podanych autonomicznych układów równań różniczkowych i na podstawie pierwszego przybliżenia (linearyzacji) zbadać ich stabilność:

$$(a) \begin{cases} x' = x, \\ y' = y - y^2, \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} x' = y - x, \\ y' = x + y - 2xy, \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} x' = -3x + 2y + 5, \\ y' = -3x + 4y + 7, \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} x' = xy, \\ y' = x^2 + y^2 - 4. \end{cases}$$