

Równania różniczkowe zwyczajne

1. Rozwiąż równania liniowe:

(a) $y'' + y' - 2y = 4x$,

(b) $3y'' - 2y' - y = x^2$,

(c) $y'' - 2y' + 2y = 2 \cos x + \sin x$,

(d) $y'' - 2y = 4x^2 e^{2x}$,

(e) $y''' - 8y = 0$,

(f) $y''' - 2y'' - 3y' + 10y = 0$,

(g) $y^{(4)} + 4y''' + 6y'' + 4y' + y = 0$,

(h) $y''' + y'' = x$,

(i) $y''' - 3y'' + 3y' - y = 2e^x$,

(j) $y''' + y'' + y' + y = x^3 + 3x^2 + 6x + 6$.

2. Rozwiąż równania różniczkowe Eulera:

(a) $x^2 y'' + 2xy' - 2y = 0$,

(b) $x^2 y'' - 2xy' + 2y = 4x$,

(c) $x^2 y'' + xy' + y = x$,

(d) $x^2 y'' + xy' = 12 \ln x$.

3. Rozwiąż równania różniczkowe drugiego rzędu:

(a) $2y'' = 3e^y$,

(b) $2(y')^2 = (y - 1)y''$,

(c) $y'' = (y')^2$,

(d) $y'' = 4 \cos 2x$,

(e) $xy'' + y' = 0$,

(f) $(y'')^2 = 4y'$,

(g) $2yy'' - 3(y')^2 = 4y^2$,

(h) $xyy'' + x(y')^2 - yy' = 0$.

4. Rozwiąż układy równań różniczkowych:

(a)
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x + 5y, \\ \frac{dy}{dt} = -x - 3y. \end{cases}$$

(b)
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -y, \\ \frac{dy}{dt} = -4x. \end{cases}$$

(c)
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x + 8y, \\ \frac{dy}{dt} = -x - 3y. \end{cases}$$

(d)
$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = -3y - z, \\ \frac{dz}{dx} = y - z, \\ y(0) = 1, z(0) = 1 \end{cases}$$

(e)
$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = y + z, \\ \frac{dz}{dx} = y + z + x. \end{cases}$$

(f)
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x + y + t, \\ \frac{dy}{dt} = -4x - 3y + 2t. \end{cases}$$