

## Zagadnienia do egzaminu z Wstępu do Równań Różniczkowych B

- Pojęcia równania różniczkowego zwyczajnego, rozwiązania równania zwyczajnego, całki ogólnej, itd.
- Przegląd najważniejszych typów równań pierwszego rzędu:
  - równanie o zmiennych rozdzielonych (twierdzenie o istnieniu i jednoznaczności rozwiązań)
  - równanie jednorodne,
  - równanie typu  $y' = f(ax + by + c)$ ,
  - równanie typu  $y' = f\left(\frac{ax+by+c}{\alpha x+\beta y+\gamma}\right)$ ,
  - równanie liniowe (twierdzenie o istnieniu i jednoznaczności rozwiązań)
  - równanie Bernoulliego,
  - równanie Ricattiego,
  - równanie zupełne, czynnik całkujący.
- Układy równań różniczkowych zwyczajnych:
  - macierzowa postać układu równań różniczkowych, układ rozwiązań, układ fundamentalny, wrońskian,
  - twierdzenie o przestrzeni rozwiązań jednorodnego układu równań liniowych pierwszego rzędu,
  - twierdzenie Liouville'a, wzór Gaussa-Ostrogradskiego,
  - twierdzenie o istnieniu i jednoznaczności rozwiązań niejednorodnego liniowego układu równań pierwszego rzędu,
  - układy równań liniowych o stałych współczynnikach, postaci układu fundamentalnego dla różnych wariantów wartości własnych.
- Równania liniowe wyższych rzędów:
  - postać równania wyższego rzędu, pojęcie rozwiązania równania wyższego rzędu, równanie liniowe wyższego rzędu,
  - dualność pomiędzy układami równań zwyczajnych, a równaniami wyższego rzędu,
  - macierz rozwiązań, układ rozwiązań, układ fundamentalny, wrońskian, twierdzenie Liouville'a,
  - twierdzenie o przestrzeni rozwiązań jednorodnego równania liniowego wyższego rzędu, twierdzenie o postaci, istnieniu i jednoznaczności równania niejednorodnego liniowego, równania liniowe o stałych współczynnikach (postać oraz twierdzenie o postaci układu fundamentalnego rozwiązań dla różnych wariantów wartości własnych).
- Twierdzenia o istnieniu i jednoznaczności rozwiązań równań różniczkowych pierwszego rzędu:
  - twierdzenie Picarda i twierdzenie Banacha o punkcie stałym (z dowodami), metoda kolejnych przybliżeń,

- twierdzenie Peano i metoda krzywych Eulera,
- twierdzenie Cauchy'ego-Kowalewskiej i metoda szeregów potęgowych.
- Równania różniczkowe cząstkowe:
  - pojęcie równania cząstkowego, przykłady równań cząstkowych fizyki matematycznej, rząd równania oraz typ quasi-liniowego równania drugiego rzędu,
  - równania liniowe pierwszego rzędu – układ charakterystycznych równań zwyczajnych, twierdzenie o istnieniu rozwiązania równania liniowego, równania quasi-liniowe.
- Elementy teorii stabilności:
  - stabilność i asymptotyczna stabilność rozwiązania równania różniczkowego,
  - stabilność rozwiązań układów liniowych,
- Lemat Gronwalla.