Rozważamy typ równania:

$$y' = f\left(\frac{ax+by+c}{ex+fy+g}\right)$$

Rozpatrzmy wyznacznik:

$$A = det\begin{bmatrix} a & b \\ e & f \end{bmatrix}$$

W tym przypadku założymy, że $A \neq 0$. Wtedy układ równań:

$$\begin{cases} ax_0 + by_0 + c = 0, \\ ex_0 + fy_0 + g = 0, \end{cases}$$

ma jedno rozwiązanie. Niech para (x_0, y_0) będzie rozwiązaniem tego układu równań.

Zdefiniujmy nowe współrzędne:

$$\begin{cases} \bar{x} = x - x_0, \\ \bar{y} = y - y_0. \end{cases}$$

(wprowadzenie nowych współrzędnych oznacza przesunięcie układu współrzędnych o wektor $[x_0, y_0]$.)

Zatem funkcja $y(x)$ w nowym układzie współrzędnych będzie miała wzór:

$$\bar{y}(\bar{x}) = y(\bar{x} + x_0) - y_0$$

Wówczas:

$$\bar{y}'(\bar{x}) = y'(\bar{x}+x_0) = f\left(\frac{a(\bar{x}+x_0)+by(\bar{x}-x_0)+c}{e(\bar{x}+x_0)+fy(\bar{x}-x_0)+g}\right) = f\left(\frac{a(\bar{x}+x_0)+b(\bar{y}(\bar{x})+y_0)+c}{e(\bar{x}+x_0)+f\bar{y}(\bar{x})+y_0)+g}\right) =$$
$$= f\left(\frac{a\bar{x}+b\bar{y}(\bar{x})+ax_0+by_0+c}{e\bar{x}+f\bar{y}(\bar{x})+ex_0+fy_0+g}\right) = f\left(\frac{a\bar{x}+b\bar{y}(\bar{x})}{e\bar{x}+f\bar{y}(\bar{x})}\right) = f\left(\frac{a+b\frac{\bar{y}}{\bar{x}}}{e+f\frac{\bar{y}}{\bar{x}}}\right).$$

A to jest już równanie jednorodne:

$$\bar{y}'(\bar{x}) = f\left(\frac{a+b\frac{\bar{y}}{\bar{x}}}{e+f\frac{\bar{y}}{\bar{x}}}\right)$$