1 lipca 2019

Prof. dr hab. Jacek Tabor
Wydział Matematyki i Informatyki
Uniwersytet Jagielloński

# Recenzja w przewodzie habilitacyjnym doktora Zbigniewa Leśniaka

**I. Rozprawa habilitacyjna (omówienie dorobku).** Rozprawa habilitacyjna dra Z. Leśniaka składa się z poniższych 6 prac:

[A1] Z. Leśniak, *On boundaries of parallelizable regions of flows of free mappings,* Abstr. Appl. Anal., Vol. 2007 (2007), 8 pp.

[A2] Z. Leśniak, *On a decomposition of the plane for a flow free mappings,* Publ.Math. Debrecen 75 (2009), No. 1-2, 191–202.

[A3] Z. Leśniak, *On fractional iterates of a Brouwer homeomorphism embeddable in a flow,* J. Math. Anal. Appl. 366 (2010), No. 1, 310–318.

[A4] Z. Leśniak, *On the topological equivalence of flows of Brouwer homeomorphisms,* J. Difference Equ. Appl. 22 (2016), 853–864.

[A5] Z. Leśniak, *On properties of the set of invariant lines of a Brouwer homeomorphism,* J. Difference Equ. Appl. 24 (2018), 746–752.

[A6] Z. Leśniak, *On the topological conjugacy of Brouwer flows,* Bull. Malays. Math. Sci. Soc., DOI: 10.1007/s40840-017-0567-8.

Prace opisane powyżej tworzą spójną całość, i zajmują się badaniem homeomorfizmów Brouwera płaszczyzny, czyli homeomorfizmów nie posiadających punktów stałych i zachowujących orientację. Bazowym narzędziem które jest wykorzystywane w pracach jest twierdzenie Brouwera o translacji, które (w uproszczeniu) mówi o tym, że dziedzinę homeomorfizmu Brouwera można rozbić na obszary topologicznie sprzeżone z translacją na płaszczyźnie o wektor $(1,0)$. Należą one do ważnego (i kiedyś intensywniej rozwijanego) nurtu badania homeomorfizmów płaszczyzny, przy czym warto zauważyć, że jedynym ich autorem jest dr Z. Leśniak.

Poniżej postaram się skrótowo omówić główne wyniki poszczególnych prac wchodzących w rozprawę.

Praca [A1] dotyczy badania obszarów prostowalnych dla potoku homeomorfizmów Brouwera. Kluczowym wynikiem pracy są Proposition 4.1 oraz Corollary 4.2, które używając relacji współbieżności do nieskończoności, zajmują się problemem kiedy część wspólna obszaru prostowalnego z wybraną składową dopełnienia trajektorii zawiera elementy tylko jednej klasy abstrakcji.

Praca [A2] jest jedną z ciekawszych, i podaje opis potoków homeomorfizmów Brouwera. Jej główny wynik, Theorem 2.2, mówi, że dla takiego potoku można uzyskać odpowiednie rozbicie płaszczyzny na maksymalne obszary prostowalne.

Praca [A3] szukania szukania pierwiastków iteracyjnych homeomorfizmu Brouwera zanurzalnych w potok. W szczególności, przy pewnych założeniach, patrz Twierdzenie 4.7, podaje jawną charakteryzację pierwiastków rzędu $n$. Kluczowym elementem dowodym jest pokazanie, że odpowiedni kandydat na bycie pierwiastkiem jest ciągły. Za wyjątkiem pracy [A6], jest to moim zdaniem najciekawsza praca z cyklu prac [A1-A6].

W pracy [A4] autor zajmuje się badaniem topologicznie równoważnych potoków Brouwera. W szczególności jeden z głównych wyników, Theorem 4.1, pokazuje, że homeomorfizm dający topologiczną równoważność, zachowuje zbiór punktów regularnych.

Praca [A5] dotyczy badania linii niezmienniczych (czyli domkniętymi niezmienniczymi obrazami prostej). Jednym z ważniejszych wyników tej pracy jest Theorem 3.1, które dotyczy łuku pomiędzy dwoma niezmienniczymi liniami leżącymi w tej samej klasie abstrakcji (względem relacji współbieżnych do nieskończoności).

Ostatnia praca w cyklu prac składających się na rozprawę, praca [A6], dotyczy problemu topologicznego sprzężenia potoków Brouwera, i w konsekwencji można ją traktować jako naturalną kontynuację pracy [A4]. Kluczowe wyniki dane przez Theorem 3.2 i Proposition 3.3 zawierają warunki konieczne i wystarczające na to by dwa potoki Brouwera były równoważne.

Metody dowodowe reprezentowane w rozprawie bazują na klasycznych technikach dotyczących badania układów dynamicznych wzbogaconych o specyficzne własności które posiadają homeomorfizmy Brouwera (jak w szczególności własności relacji współbieżności do nieskończoności czy istnienie obszarów prostowalnych). Dowody te jednak w żadnym razie nie można określić jako trywialne czy podpadające pod jeden schemat (wyniki z różnych prac wymagają własnych podejść).

**Podsumowanie.** Wyniki i metody zaprezentowane w cyklu składającym się na rozprawę są wartościowe, i dotyczą istotnego problemu badawczego badania homeomorfizmów płaszczyzny. Uważam przy tym, że Pan dr Z. Leśniak posiada samodzielność badawczą oraz intuicję matematyczną niezbędną do odkrywania nowych narzędzi dowodowych.

Kluczowy zarzut jaki można postawić wobec prezentowanego cyklu prac [A1-A6] dra Z. Leśniaka to ich słaby oddźwięk w szeroko rozumianym środowisku naukowym. W szczególności, po odrzuceniu cytowań z lokalnej grupy badawczej z Uniwersytetu Pedagogicznego w Krakowie, doliczyłem się łącznie tylko czterech cytowań prezentowanego dorobku. Jest to z pewnością częściową konsekwencją faktu, że w większość prac składających się na rozprawę jest opublikowanych w czasopismach o nie najwyższej randze naukowej. Dodatkowo, tematyka rozprawy, chociaż historycznie istotna, wydaje się w chwili obecnej zasadniczo wyeksploatowana, i w konsekwencji znajduje się na pograniczu głównych nurtów naukowych.

**II. Aktywność naukowa, dydaktyczna i organizacyjna.** Oprócz prac przedstawionych w rozprawie Pan dr Z. Leśniak jest autorem prawie 30 prac, dotyczących głównie tematyki odwzorowań płaszczyzny, ale także ogólnie tematyki szeroko rozumianych równań funkcyjnych (głównie iteracyjnych). Są to prace wspólne między innymi z następującymi koaturoami: M. C. Zdun, Yong Gou-Schi, Lin Li, K. Ciepliński, J. Brzdęk, A. Bahyrycz, L. Cădariu, A. Fošner, El-s. El-hady, W. Förg-Rob, R. Malejki. Różnorodność współpracowników świadczy bardzo dobrze o umiejętności naukowej współpracy Pana dra Z. Leśniaka.

Znacząca część prac, w szczególności prace [B1, B5, B6, B7, B8, B9, B10, B11, B12, B13, B16, B19] dotyczą tematyki zbliżonej do rozprawy, czyli badania homemorfizmów Brouwera (numeracja za listą przedstawioną w rozprawie). Ponieważ chciałbym się tu skupić na innych tematykach badawczych Pana dra Z. Leśniak, w związku z tym nie będę ich tu omawiał.

Chciałbym zacząć tu od wspomnienia o pracy [B20] (autorzy: J. Brzdęk, K. Ciepliński, Z. Leśniak, tytuł: *On Ulam's type stability of the linear equation and related issues*), która z powodu swojego przeglądowego charakteru nie została omówiona w rozprawie. Jest to praca warta wspomnienia, dlatego, że z jednej strony jest to najczęściej cytowana praca dra Z. Leśniaka. Z drugiej strony, jest to praca o tyle wartościowa, że zawiera przegląd istotnych prac dotyczących stabilności równań liniowych, które zostały pominięte w innych (względnie licznych) pracach przeglądowych i monografiach. Pokazuje ona, że dr Zbigniew Leśniak dobrze orientuje się i śledzi literaturę nie tylko w swojej głównej tematyce, lecz tematykach zbliżonych.

Z pozostałych prac chciałbym najpierw wspomnieć o pracy [B21] (autorzy; A. Bahyrycz, J. Brzdęk, Z. Leśniak, tytuł *On approximate solutions of the generalized Volterra integral equation*). Jest to jedna z najczęściej cytowanych prac dra Z. Leśniaka (i cytowania są głównie spoza ośrodka krakowskiego). Zawiera one ciekawy dowód stabilności równania Volterry (pod pewnymi warunkami), który używa techniki punktu stałego w konstrukcji rozwiązania. Warte wspomnienia z są także prace [B14], która dotyczy badania równania cząstkowego d'Alemberta, oraz praca [B15] charakteryzuje w pewnej podklasie funkcji wymiernych inwolucje płaszczyzny.

Konkludując ocenę prac naukowych nie wchodzących do rozprawy, uważam, że

Pan dr Z. Leśniak opanował szeroki warsztat dowodowy, posługuje się sprawnie różnymi narzędziami matematycznymi oraz ma szeroką wiedzę dotyczącą teorii równań funkcyjnych (i ich stabilności). Jest to potwierdzone faktem uzyskania przez dra Z. Leśniaka nagród im. M. Kuczmy za najlepszą polską pracę z równań funkcyjnych (przyznawana w głosowniu przez przedstawicieli środowiska) – 1993 (II nagroda), 2002 (III nagroda), 2010 (II nagroda za pracę [A3]).

Pan dr Z. Leśniak bierze także czynny udział w życiu środowiska naukowego, czego potwierdzeniem może być liczny udział we współorganizacji konferencji krajowych i zagranicznych z teorii iteracji oraz równań funkcyjnych (m.in. konferencje cykliczne ECIT, ISFE, ICFEI, CUTS), oraz regularne recenzowanie w licznych czasopismach naukowych.

Jeżeli chodzi o szeroko rozumiane uczestnictwo w „życiu uczelni" to bardzo pozytywnie odbieram to, że Pan dr Z. Leśniak oprócz zajęć z przedmiotów ściśle matematycznych prowadzi także przedmioty z informatyki (m.in. teoretyczne podstawy informatyki; algorytmy, struktury danych i techniki programowania; teoria kodowania czy programowanie obiektowe). Świadczy to o tym, że Pan dr Z. Leśniak jest chętny do douczania się nowej wiedzy nie związanej bezpośrednio z własnymi tematykami badawczymi.

**III. Konkluzja.** Pomimo pewnych uwag krytycznych uważam, że rozprawa habilitacyjna Pana dra Z. Leśniaka oraz jego pozostałe jego osiągnięcia spełniają wymogi „Ustawy o stopniach naukowych i tytule naukowym" konieczne do uzyskania stopnia doktora habilitowanego. W konsekwencji **wnioskuję o dopuszczenie dra Z. Leśniaka do dalszych etapów przewodu habilitacyjnego**.

Jacek Tabor

Prof. dr hab. Jacek Tabor