Warszawa, 25 lipca 2013

prof. dr hab. Jacek Wesołowski
Wydział Matematyki i Nauk Informacyjnych
Politechnika Warszawska

Recenzja rozprawy habilitacyjnej "Nierówności funkcyjne o wielu zmiennych" oraz dorobku naukowego dr. Włodzimierza Fechnera

Uwagi wstępne

Rozprawa habilitacyjna dr. Włodzimierza Fechnera składa się z siedmiu publikacji poświęconych kilku typom nierówności funkcyjnych: nierównościom związanym z identycznością Tarskiego, nierównościom powstałym przez dodanie stronami addytywnej i multiplikatywnej nierówności Cauchy'ego, nierównościom typu Hlawki, nierównościom dla operatorów uśredniających oraz związanym z uogólnieniem twierdzenia Laxa-Milgrama. Więc spektrum badań opisanych w rozprawie jest dość szerokie, szczególnie tematyka dotycząca twierdzenia Laxa-Milgrama wydaje się nieco odstawać tematycznie.

Całościowy dorobek habilitanta liczbowo wygląda co najmniej dobrze - spośród ogólnej liczby 32 prac (w tym 5 prac współautorskich: trzy z J. Sikorską, jedna z R. Gerem i jedna z E. Gselmann), 22 prace oublikowano w czasopismach z listy JCR. Szczególnie liczby te przemawiają, gdy weźmie się pod uwagę fakt, że habilitant uzyskał stopień magistra matematyki w roku 2003, a w roku 2007 obronił pracę doktorską (promotorem był prof. Roman Ger). Jeśli idzie o zwartość merytoryczną publikacji to jest ona daleko mniej imponująca. Omawiam to szczegółowo poniżej: w pierwszej częsci prace z rozprawy habilitacyjnej, a w kolejnej, prace z pozostałego dorobku.

Omówienie prac wchodzących w skład rozprawy habilitacyjnej

W pracy F1 rozważane jest równanie i nierówność funkcyjna związne z elementarnym ćwiczeniem zaproponowanym przez Tarskiego w 1930 roku. Reprezentację rozwiazania nierówności za pomocą przekształcenia addytywnego (Th. 1) otrzymuje się łatwo wykorzystując głębokie twierdzenie Gera z 2004 roku. Ciekawszy dowód ma analogiczna, ale jednowymiarowa reprezentacja rozwiązania równania (Th. 2), choć też jej podstawą jest wspomniane twierdzenie Gera. W dowodach obu twierdzeń pojawia się zabawny (oczywiście, niegroźny) bład logiczny polegający na pomieszaniu części "if" oraz "only if" w początkowej fazie dowodów. Jak sam autor przyznaje, nietrudno zauważyć, że rozpatrywane równanie jest równoważne równaniu rozwiązanemu innymi metodami przez Chaljub-Simon i Volkmanna w 1994 roku, więc sam wynik nie jest nowy. Zagadnienie stabilności (Th.3) wykorzystuje standardowe metody i, słusznie, dowód jet tylko naszkicowany. Na uwagę zasługuje przykład pokazujący, że, podobnie jak w przypadku równania Cauchy'ego, pojawia się brak stabilności, gdy parametr p po prawej stronie nierówności w wyrażeniu $\epsilon(||x||^p + ||y||^p)$ jest równy 1. Przykład ten jest modyfikacją przykładu Gajdy przedstawionego w ramach badania stabilności równania Cauchy'ego. Praca jest przejrzyście skonstruowana, solidnie napisana, dobrze się ją czyta. Świadczy o dojrzałości matematycznej autora natomiast mało jest w niej pomysłów naprawdę nowych.

W pracy F2 badane są trzy nierówności funkcyjne, które według autora mają być związane ze wspomnianym wyżej ćwiczeniem Tarskiego. W odróżnieniu od pracy F1 po lewej stronie nierówności pojawia się złożenie $f(f(x) - f(y))$ odpowiadające w naturalny sposób wyrażeniu $||x| - |y||$ w tym ćwiczeniu. Jednak w nierównościach rozważanych w pracy pojawiają się dodatkowe złożenia po prawej stronie, np. $f(f(x - y))$ w miejsce $f(x - y)$, co byłoby daleko bardziej naturalne. Autor otwarcie przyznaje, że próbował, ale niestety bez sukcesu, rozwiązać nierówność będącą naturalnym uogólnieniem tożsamości z ćwiczenia Tarskiego (pojawia się ona jako wzór (14)). W rozwiązywanych nierównościach postaci prawych stron wydają się być dobrane do zastosowanej metody dowodowej. Szczególnie jest to widoczne w przypadku trzeciej z rozważanych nierówności. Dowody we wszystkich trzech przypadkach mają podobną, dwuczęściową strukturę. Pierwsza część polega na uzyskaniu dwóch odwrotnych nierównosci dla pochodnych niewiadomej funkcji. W tej części autor stosuje metodę pochodzącą z pracy Hammera (1993). Szkoda, że tej ważnej referencji zabrakło w spisie literatury jakim opatrzona jest ta praca. Ta poważna niezręczność jest naprawiona w autoreferacie, gdzie metoda Hammera nazwana jest "różniczkowaniem nierówności stronami". (Na marginesie, chciałbym skomentować uwagę w autoreferacie, gdzie autor, omawiając pracę F2 pisze m.in., że "Metody stosowane dla klasycznych równań i nierówności funkcyjnych zawodzą ... dla nierówności ze zlożeniami." Metoda Hammera, wprowadzona do badania klasycznej nierówności, najwyraźniej jednak nie zawodzi. Również wcześniejsze zdanie z autoreferatu, że prace F2 i F6 "są pionierskie w badaniu nierówności tego typu" można było sobie darować i dać ewentualnie innym szanse wykorzystania frazy o "pionierskości badań".) Drugie części dowodów (niekiedy się trywializują) polegają na analizie równości otrzymanych w wyniku zastosowania metody Hammera. W mojej ocenie w całej pracy najciekawsze matematycznie jest rozwikłanie alternatywy (będącej konsekwencją pierwszej części dowodu) w rozumowaniu dotyczącym pierwszej nierówności. W końcowych uwagach autor usiłuje wybrnąć jakoś z problemu jakim jest motywacja rozważanych nierówności. W tym kontekści pisze, że analogiczne trzy równości są konsekwencją naturalnego uogólnienia tożsamości Tarskiego ponieważ wtedy spełniona jest równosc $f \circ f = f$. Niestety całkiem nie jest jasne czy odwrotna implikacja jest prawdziwa, więc sądzę, że logika rozumowania jest w tym miejscu nieco wadliwa. Podsumowując, są kawałki w pracy całkiem ładne matematycznie: szczególnie druga część pierwszego dowodu. Niestety, nieco nienaturalne postaci nierówności, robiące wrażenie jakby były dobrane do stosowanych technik dowodowych, obniżają wartość otrzymanych wyników.

Praca F3 dotycząca czterech nierówności, nazwanych nierównościami typu Volkmanna, jest mało interesująca. Składają się na nią bardzo proste fakty (chyba przesadnie podniesione do rangi twierdzeń) dotyczące dwóch z tych nierówności oraz opis pewnych klas przykładów w pozostałych dwóch przypadkach. Całość wygląda co najwyżej jako wstępne uwagi do badań naukowych, które miałyby się zacząć. Myślę, że autor się pośpieszył z publikacją wyników mających tak mało definitywny charakter.

Praca F4 poświęcona jest rozwiązaniu nierówności $f(x+y) + bf(xy) \geq f(x) + f(y) + cf(x)f(y)$, $x, y \in \mathbb{R}$, przy pewnych założeniach dotyczących gładkości funkcji f. Dowód polega na naprawdę nieznacznej modyfikacji, wspomnianego już przy okazji omaiwania pracy F2, rozumowania z C. Hammera z 1993 roku, w której rozważany był przypadek $b = c = 1$. Proponowane podejście polega na rozważeniu na początek nierówności z dwiema funkcjami (w pracy jest to nierówność (6)). Wydaje, że w kontekście prezentowanego wyniku dotyczącego jednej funkcji niewiadomej (niepotrzebnie rozbitego na trzy oddzielne twierdzenia), jest to niewskazane. Szczególnie jest to widoczne w końcowej części pracy, w której autor sam przyznaje, że zagadnienie z dwiema funkcjami wygląda na beznadziejne. Co więcej, gdyby nie to właśnie podejście, z pewnością autor by zauważył, że ten sam dowód można również zastosować, gdy $f(y)$ albo $f(x)$ po prawej stronie nierówności dodatkowo jest pomnożona przez stałą rzeczywistą a. Wniosek dotyczący alienacji jest całkiem prosty. Całość pracy rozczarowuje.

W pracy F5 badana jest nierówność funkcyjna (z trzema niezależnymi zmiennymi) wzorowana na tzw. nierówności Hlawki. Praca składa się z obszernego i ciekawego wstępu oraz dwóch części. W pierwszej częsci dziedziną nierówności jest grupa abelowa i przyjmuje się różne założenia typu jednorodności dla niewiadomej funkcji f. W zależności od postaci warunku jednorodności (rozważane są trzy tego typu warunki) rozwiąznie ma przedstawienie w postaci sumy normy przekształcenia addytywnego i rzeczywistej funkcji addytywnej lub funkcji kwadratowej lub też sumy funkcji addytywnej i kwadratowej. Kluczowym elementem dowodów jest Lemat 1, w którym zdefiniowana jest funkcja addytywna a i podana nierównosc (7) dla $g = f - a$. Ten lemat uważam za główny wynik matematyczny pierwszej części pracy. Nie jest to może wynik głęboki, ale okazał się użyteczny, a dowód, choć krótki, nie jest pozbawiony pewnego uroku matematycznego. Reszta polega na wykorzystaniu, wspomnianego przy okazji omawiania pracy F1, twierdzenia Gera oraz twierdzenia Aczel'a-Dhombres'a o równaniu Jordana - von Neumanna dla funkcji kwadratowej. Znacznie ciekawsza jest część druga pracy, w której ta sama nierówność funkcyjna typu Hlawki rozwiązywana jest na prostej rzeczywistej ale bez założeń jednorodnościowych. Główny nacisk położony jest na minimalizację założeń o gładkości funkcji niewiadomej, przy których nierówność daje się rozwiązać. Udaje się to uzyskać poprzez mierzalność oraz założenia o zachowaniu pochodnych Dini'ego. Dowód rozbity jest na kilka lematów. Oprócz kolejnego wykorzystania metody Hammera - tym razem (szczególnie w dowodzie lematu 2) jest to daleko mniej oczywiste niż w pracy F4, w dowodach pojawiają się dość subtelne i ciekawe rozumowania dotyczące zachowania pochodnych Dini'ego wykorzystujące zaawansowane twierdzenia Denjoy-Young'a-Saksa i Rosenbauma. Ważnym etapem dowodu jest też zastosowanie (w dowodzie kluczowego lematu 5) twierdzenia Gajdy o stabilności rozwiązań równania Cauchy'ego. Ta część pracy F5 pokazuje ten poziom rozumowań i zaawansowania matematycznego autora, który z pełnym przekonaniem uznaję za adekwatny dla poziomu rozprawy habilitacyjnej. Nie dziwię się, że jak pisze habilitant w autoreferacie, wyniki te zostały zauważone na międzynarodowej konferencji, na której były prezentowane i pozytywnie komentowane m.in. przez tak wybitnego specjalistę jak prof. Z. Pales.

W pracy F6 rozważane są nierówności $T(f + T(g)) \geq T(f) + T(g)$ oraz $T(f \cdot T(g)) \geq T(f) \cdot T(g)$ dla przekształcenia T działającego na pierścieniu z częściowym porządkiem i dodatkowymi założeniami dotyczącymi zbioru wartości przekształcenia T. Przykłady rozważane w pierwszej części rozdziału drugiego pracy pokazują, że założenia tego typu są nieodzowne do uzyskania rozsądnego opisu rozwiązań tych nierówności. Do rozwiązania pierwszej z nich prowadzą dwa lematy, w których, przez odpowiednią manipulację zmiennymi, nierówności sprowadza się do równości. Manipulacje te są dość proste, gdy się ją już widzi, tym niemniej wynalezienie ich z pewnością wymagało pewnej dozy matematycznego sprytu. Drugą nierówność rozwiązuje się już szybko - wykorzystując analogiczne manipulacje jak przy pierwszej, z dodawaniem zamienionym na mnożenie. Praca, choć nie niesie ze sobą dużego ciężaru gatunkowego, matematycznie jest elegancka, dobrze się ją czyta i jako całość robi pozytywne wrażenie.

Praca F7 dotyczy wyniku nieco podobnego do twierdzenia Laxa-Milgrama z tym, że warunek dwuliniowości funkcji rzeczywistej B określonej na produkcie przestrzeni Hilberta zastąpiony jest warunkami podliniowości i nadaddytywności ze względu na pierwszą i drugą zmienną, odpowiednio, oraz dwoma założeniami dotyczącymi zerowania się B. Brak natomiast założenia koercytywności (w autoreferacie, chyba jednak niepoprawnie, użyty jest termin *koersywność*). W rezultacie teza jest znacznie słabsza i pytaniem pozostaje jej ewentualne zastosowanie do rozwiązywania równań różniczkowych, co stanowi, poza niewątpliwymi walorami estetyczno-matematycznymi, o sile twierdzenia Laxa-Milgrama. Więc problemem, już nie po raz pierwszy w tematach podejmowanych w rozprawie habilitacyjnej, jest motywacja. Tym niemniej niedługi dowód jest całkiem nietrywialny. Polega na umiejętnym i twórczym połączeniu kilku ważnych twierdzeń: twierdzenia Bersteina-Doetscha o ciągłości funkcji wypukłej w sensie Jensena, twierdzenia Gera o reprezentacji funkcji podliniowej na przestrzeni Hilberta oraz twierdzenia Gajdy o addytywnej selekcji multifunkcji nadaddytywnej.

Omówienie prac wchodzących w skład pozostałego dorobku

Prace F14 i F16 są związane z pracą F4 z rozprawy habilitacyjnej - zamiast nierówności rozważane jest równanie typu tożsamości Tarskiego ze złożeniem funkcji oraz jego stabilność. Z kolei praca F18 jest, poprzez postawienie problemu, analogiczna do pracy F2 z rozprawy habilitacyjnej i dotyczy równania podobnego do równania powstałego z dodania stronami multiplikatywnego równania Cauchy'ego i równania Jordana - von Neumanna. Jednak w wszystkich trzech przypadkach metody są inne - mamy do czynienia z równaniami, a nie nierównościami. Nie są to metody nowatorskie, tym niemniej wskazują, że autor jest fachowcem w swojej dziedzinie. Nieco więcej wysiłku, powiedzmy, rachunkowego, od pozostałych wymagała praca F16, dotycząca stabilności - sam wynik wygląda dość elegancko.

Stabilności rozwiązań równań dotyczy też najwieksza grupa prac autora, w tym praca F9, która jest najczęściej cytowaną pracą habilitanta (16 cytowań wedłu bazy AMS, 36 według bazy Scopus, 38 według WoS). Praca ta dotyczy znacznego ulepszenia wyniku Gilanyi'ego o stabilności nierówności kwadratowej dla funkcji określonej na grupie przyjmującej wartości w przestrzeni Banacha, przy czym nowość polega na tym, że nie zakłada się abelowości, a przed wszystkim na tym, że dopuszcza się, aby błąd ε w nierówności nie był stały ale zależał od zmiennych x, y występujących w nierówności, $\varepsilon = \varepsilon(x, y)$. Dowody obu głównych wyników dotyczących stabilności są nietrywialne - z pewnością wymagały dużej uwagi i sporo wysiłku poświęconego żmudnym oszacowniom. Dzięki rozbiciu ich na szereg prostszych kroków są całkiem czytelne. Myślę, że nie tylko sam wynik, ale pomysł uzależnienia ε od zmiennych, jak również wspomniany aspekt redakcyjny miały istotny wpływ na dość szerokie zauważenie pracy w środowisku matematyków zajmujących się zagadnieniami stabilności równań i nierówności funkcyjnych. Podobnej tematyki dotyczy praca F10, która jest drugą pod względem liczby cytowań pracą hibilitanta, z tym, że w tym przypadku liczby są już znacznie niższe: 3 cytowania według AMS, 4 według bazy Scopus i WoS. Te dwie pracy składają się też na niski, bo wynoszący zaledwie dwa, indeks Hirscha habilitanta. Wspomniane prace związane są z rozprawą doktorską habilitanta.

W dalszej części omówienia zajmuję się już tylko pracami opublikowanymi po doktoracie.

Praca F15 dotyczy nierówności typu nierównosci dla eksponent (powstałych na wzór ulepszonej wersji obustronnej nierówności dla średniej logarytmicznej), w których występuje po jednej stronie iloraz różnicowy funkcji niewiadomej. Dwa główne wyniki dotyczą, odpowiednio, całkowego oszacowania przyrostu funkcji niewiadomej w przypadku prawej strony wyrażonej w terminach ogólnych średnich oraz przedstawienia funkcji niewiadomej w postaci iloczynu eksponenty i funkcji nierosnącej. Dowód pierwszego z faktów wykorzystuje iteracje, własności średnich i zbieżność sumy riemannowskiej. Dowód drugiego twierdzenia polega na iteracji prowadzącej do liniowego równania różnicowego drugiego rzędu oraz przejściu do granicy w rekursywnej nierówności. Całość, choć wygląda dość elementarnie (szczególnie dowód drugiego z wyników), sprawia dobre wrażenie. Z pewnością nie jest to matematyka zaawansowana, wykorzystująca nowoczesne i wyrafinowane narzędzia - ale wygląda, że do rozwiązywania problemów, których dotyczy omawiana praca, takie narzędzia nie są konieczne. Autor wyraźnie dobrze się czuje w tego typu, nazwałbym je, łamigłówkowych, zagadnieniach, gdzie zadanie jest niemal postawione w ten sposób, żeby udowodnić coś wykorzystując jedynie elementarne sztuczki. Ta obserwacja odnosi się do wielu rozumowań z różnych prac habilitanta. W szczególności, podobny charakter ma, związana z funkcją wykładniczą, praca F26. Praca F30 również dotyczy nierówności wzorowanych na takich, które spełnia funkcja wykładnicza i ma również podobny styl. W tej pracy moją uuwagę zwróciła dość zgrabna analiza eleganckiej nierówności funkcyjnej wprowadzonej w pracach Alsiny i Garcia Roiga oraz Alsiny i Gera.

Praca F17 o równaniach funkcyjnych z "egzotycznym" dodawaniem jest stosunkowo prosta matematycznie, szczególnie rówanie typu Jensena. Nieco ciekawszy jest opis rozwiązania "egzotycznego" równania derywacji. Ale całość ma charakter co najwyżej łamigłówkowego drobiazgu matematycznego luźno związanego z równaniem Abela.

Praca F19, wspólna z E. Gselmann, dotyczy równania powstałego poprzez dodanie stronami równania Cauchy'ego i równania derywacji oraz analogicznej nierówności. Rozwiązanie równania ma charakter typowy dla klasycznych równań funkcyjnych i polega na odpowiednio sprytnych manipulacjach zmiennymi oraz nieznanymi funkcjami. W przypadku omawianego dowodu manipulacje te są elementarne, co nie znaczy, że nieciekawe. W klasie takich właśnie "klasycznych" sposobów rozwiązywania równań funkcyjnych, ten, moim zdaniem, zasługuje na uwagę. Dowód nierówności wykorzystuje w sposób istotny wynik habilitanta z wczesnej pracy F23. Mimo że gólnie oceniam tę pracę jako dość interesującą, część dotycząca alienacji moim zdaniem jest mało ciekawa. I nie chodzi mi tylko o tę pracę, ale o zagadnienie jako takie: jeżeli równanie (nierówność) powstała przez "zbitkę" dwóch równań (nierówności) daje się rozwiązać, tzn. daje się opisać klasę funkcji, która spełnia ją spełnia, to najczęściej dość prostym zadaniem jest wyodrębnienie w tej klasie rozwiązań spełniających każde z równań (każdą z nierówności) przez zadanie odpowiedniego dodatkowego warunku. Sens rozważania rozwiązań alienacyjnych byłby może wtedy, gdy równania powstałego przez "zbitkę" nie daje się rozwiązać, ale można sformułować ogólne warunki gdy rozwiązanie to ma postać alienacyjną.

Praca F21 dotyczy równania ze złożeniem wprowadzonego przez Hooshmanda i Hailia w 2007 roku. Nowością jest rozwiązanie tego równania przy założeniu, że jest spełnione prawie wszędzie, przy czym pojęcie prawie wszędzie jest, za monografią M. Kuczmy, zdefiniowane za pomocą właściwego, liniowo niezmienniczego ideału zbiorów. Dowód wymagał pomysłowości i ostrożności wobec zachodzenia równania jedynie prawie wszędzie. Szkoda, że przeprowadzony jest przy trudnych do zweryfikowania technicznych założeniach.

Praca F22 dotyczy reprezentacji funkcji kwadratowych określonych na przestrzeni rzeczywistych funkcji ciągłych na przestrzeni zwartej, które dodatkowo mają własność jednorodności drugiego stopnia. Twierdzenia, z nietrywialnymi dowodami, są interesującymi analogami znanych wyników Hammera i Volkmanna, Gajdy oraz Kurepy i Ebanksa. Jest to ciekawa praca. Z pewnością będzie zauważona wśród specjalistów zajmujących się odwzorowaniami kwadratowymi.

Również praca F30 dotyczy funkcji kwadratowych, choć jest to ukryte (jako bardzo prosty wniosek) w rozważanym równaniu typu identyczności Lagrange'a. Główny wynik pracy to reprezentacja funkcji kwadratowych, czyli rozwiązań równania typu Lagrange'a jako kwadratu funkcjonału jednocześnie addytywnego i multiplikatywnego. Dowód, dla osoby znającej teorie funkcji kwadratowych, jest chyba nietrudny: wystarczy odwołać się do, wspomnianego w poprzednim akapicie, twierdzenia Gajdy, a następnie wstawić odpowiednie zmienne w wyjściowe równanie.

Praca F31 dotyczy opisu funkcji, przy pewnych założeniach nierównościowych dla pierwszej i drugiej pochodnej (założenia te mają być związane z założeniami spełnionymi dla funkcji wykładniczej). Przez analogię z sytuacją, gdy podobne założenia nakłada się jedynie na pierwszą pochodną i otrzymuje się reprezentację w postaci iloczynu funkcji nierosnącej i eksponenty, tym razem zamiast funkcji rosnącej w reprezentacji pojawia się funkcja wypukła. Nietrudne dowody tym razem są zdecydowanie mniej łamigłówkowe, a bardziej analityczne.

Konkluzja Nie jest mi łatwo ocenić, czy rozprawa habilitacyjna i pozostały dorobek naukowy dr. W. Fechnera spełniają ustawowe wymagania właściwe dla uzyskania habilitacji. Poziom niektórych prac z pewnością jest przyzwoity, wiele z nich opublikowanych zostało w czasopismach z listy JCR (to ostatnie niestety nie musi świadczyć o merytorycznym poziomie wyników). Habilitant niewątpliwie jest specjalistą w zakresie równań i nierówności funkcyjnych. Swobodnie porusza się w tej dziedzinie. Na podkreślenie zasługuje jego szeroka wiedza i rozeznanie w literaturze - świadczą o tym obszerne, dobrze pisane wstępy w poszczególnych artykułach. Tym niemniej wiele podejmowanych zagadnień, to zagadnienia dość proste, nie wymagające wielkiej pomysłowości, ani wykorzystania zaawansowanych narzędzi matematycznych. Dotyczy to częściowo zarówno wyników z rozprawy jak i pozostałych w ocenianym dorobku. Ale są też w rozprawie i dorobku rzeczy interesujące, na przyzwoitym matematycznym poziomie. Najciekawsze w rozprawie są moim zdaniem: druga część pracy F5, w której habilitant zajmuje się pochodnymi Dini'ego, część dotycząca pierwszej z trzech nierówności w pracy F2 oraz praca dotycząca twierdzenia Laxa-Milgrama. Praca F3 i F4 są z kolei na niskim poziomie matematycznym. Pewną trudnością w ocenie szeregu wyników jest łamigłówkowy charakter dowodów: kiedy się już widzi rozwiązanie, które często wykorzystuje jedynie elementarne metody, bywa, że niełatwo stwierdzić, czy wykombinowanie takiego właśnie rozwiązania było łatwe, czy wymagało jednak wysiłku intelektualnego. Myślę, że w rozprawie i dorobku dr. Fechnera zdarzają się obie sytuacje (przykładem jest bardziej lub mniej automatyczne stosowanie metody Hammera). Podsumowując, myślę, że rozprawa habilitacyjna jaki i dorobek naukowy dr. W. Fechnera tworzą całość, która mieści się w pobliżu granicy minimum wymagań habilitacyjnych. Brakuje wyniku, który możnaby uznać za naprawdę głęboki i ważny. To z kolei jest rekompensowane dużą aktywnością i różnorodnością zainteresowań i wyników. Zwraca też uwagę spora liczba cytowań jednej z wczesnych prac o stabilności oraz pokaźna liczba prac w czasopismach z listy JCR, co zgodnie z rozporządzeniem ministra powinno być brane pod uwagę przy ocenie. Jeżeli mógłbym wstrzymać się od głosu to wolałbym to uczynić, jeśli natomiast konkluzja musi być zero-jedynkowa to skłaniam się do uznania tezy "o znacznym wkładzie w rozwój dyscypliny naukowej", a zatem do poparcia wniosku habilitacyjnego dla dr. W. Fechnera.