

## Recenzja rozprawy habilitacyjnej dr Rafała Kapicy

Rozprawę habilitacyjną tworzy jednotematyczny cykl sześciu publikacji pod wspólnym tytułem: "Równania typu skalującego a inne obiekty". Są to prace:

[1] Rafał Kapica, Janusz Morawiec, Probability distribution functions of the Grincevicjus series, *Journal of Mathematical Analysis and Applications* 342(2008), 1380-1387.

[2] Rafał Kapica, Janusz Morawiec, On a refinement type equation, *Journal of Applied Analysis* 14 (2008), 251-257.

[3] Rafał Kapica, Janusz Morawiec, Refinement type equations and Grincevicjus series, *Journal of Mathematical Analysis and Applications* 350 (2009), 393-400.

[4] Janusz Morawiec, Rafał Kapica, Refinement equations and Feller operators, *Integral Equations Operator Theory* 70 (2011), 323-331.

[5] Rafał Kapica, Janusz Morawiec, Matrix refinement type equations, *Applied Mathematics and Computation* 217 (2011), 8311-8317.

[6] Rafał Kapica, Janusz Morawiec, Refinement equations and distributional fixed points, *Applied Mathematics and Computation* 218 (2012), 7741-7746.

Przedmiotem rozprawy są rozwiązania równań funkcyjnych zwanych równaniami skalującymi w różnych w tym bardzo uogólnionych wersjach. Takie równania mają różne motywacje dla mnie najciekawsze są te pochodzące probabilistyki. Mianowicie rozwiązania liniowych rekurencji stochastycznych z losowymi niezależnymi współczynnikami prowadzą (stosując indukcję wsteczną) do granicy szeregu losowego nazywanego perpetuitą lub jak w pracy [1] szeregiem Grincevicjusa. Granica tego szeregu ma rozkład ciągły (absolutnie ciągły lub singularny) lub też jest skupiona w punkcie. Dystrybuanta tej perpetuity spełnia pewne równanie funkcyjne wprowadzone przez Grincevicjusa. W pracy [1] habilitant pokazuje, że o ile nie zachodzi warunek zdegenerowania (współczynniki liniowej rekurencji nie są odpowiednio liniowo zależne) to równanie to ma jedyne rozwiązanie w klasie funkcji ciągłych o wahaniu ograniczonym i jest ono absolutnie ciągłe lub singularne. Jeżeli zaś rozwiązanie jest absolutnie ciągłe to jego gęstość spełnia równanie w udoskonalonej wersji (refinement equation). Co więcej każde unormowane w  $L^1$  rozwiązanie tego równania generuje absolutnie ciągłe rozwiązanie równania funkcyjnego dla dystrybuant. W pracy [2] habilitant bada uogólnioną wersję równania w udoskonalonej wersji (refi-

nement), w którym pierwotnie pojawiające się funkcje liniowe o losowych współczynnikach są zastąpione przez diffeomorfizmy prostej. Okazuje się, że o ile wspomniane wyżej diffeomorfizmy są lipshitzowskie z losową logarytmicznie całkowalną stałą to równanie w udoskonalonej wersji ma tylko trywialne zerowe rozwiązania w  $L^1$ . W pracy [3] badana jest wersja równania dla dystrybuant odpowiadającego dyskretnym rozkładom zmiennych losowych tworzących rekurencję stochastyczną. Podane są warunki wystarczające i konieczne na to by rozwiązanie było absolutnie ciągłe i rozwiązanie odpowiadającego równania udoskonalonego było nietrywialne w  $L^1$  w terminach własności pewnych drzew o korzeniu  $2\pi$ . Prace [1]-[3] podobnie też jak i praca [6] dotyczą przypadku jednowymiarowego rozkładów perpetuity. Dlatego w kolejności logicznej opisze teraz wyniki pracy [6]. W tej pracy rozpatrywane jest ponownie równanie udoskonalone i badana jest jedność (jednowymiarowość przestrzeni rozwiązań) rozwiązań tego równania odpowiadającego afinicznym losowym transformacjom. Uzyskane warunki bazują na wynikach dotyczących zbieżności perpetuit (prace C.M. Goldie i R.A. Maller). Stosowana metoda postępowania w pracach [1],[3] i [6] jest podobna. Stosujemy transformatę Fouriera do rozwiązania i pokazujemy istnienie tej transformaty (poprzez odpowiednie przejście graniczne). Prace [4] i [5] zajmują się modelami wielowymiarowymi i są "bogatsze" metodologicznie. Szczególnie ciekawa wydaje się praca [4] gdzie badane jest rozwiązanie równania udoskonalonego dla miar niezmienniczych odpowiadających iterowanym układom funkcyjnym bazujących na wielowymiarowych liniowych transformatach o losowych macierzach. W pracy [5] badana jest wersja równania udoskonalonego odpowiadającego podobnie jak w poprzedniej pracy liniowym transformatom o losowych macierzach. Jest to istotne uogólnienie poprzednich prac [1], [3] i [6] choć ogólnie metoda postępowania jest podobna. Badamy transformatę Fouriera rozwiązania uogólnionego równania udoskonalonego i znajdujemy warunki na jej zbieżność co daje nam z kolei istnienie rozwiązania uogólnionego.

Wszystkie sześć prac tworzą oryginalny cykl monotematyczny i stanowi osiągnięcie naukowe (w rozumieniu ustawy). Prace te są współautorskie, do materiałów są dołączone odpowiednie oświadczenia współautora. Sam habilitant określa swój udział w pracach od 35% do 80% co świadczy o dość uczciwym podejściu do tego problemu. Prace [1], [3] i [6] można by skrócić do jednej dłuższej. Najlepsze wrażenie robią prace [2], [4] i [5]. Prace wchodzące w skład habilitacji są publikowane w niezłych czasopismach (przeważ-

nie z listy filadelfijskiej). Bardzo dobrze jest opracowany autoreferat, który uwydatnia istotną wiedzę habilitanta.

### Ocena dorobku naukowego dr R. Kapicy

Dr Rafał Kapica jest autorem 20 prac, a więc 14 poza rozprawą habilitacyjną. Są one publikowane w różnych czasopismach średniej rangi: Biuletyn PAN, Annales Polonici Math. (3 prace), Banach Center Publications. Na uwagę zasługują dwie ostatnie prace publikowane w Potential Analysis i Semigroup Forum. Jest to dorobek bogaty i dość wszechstronny. Wygląda on zdecydowanie lepiej niż sama rozprawa habilitacyjna, której złożoność matematyczna nie jest bardzo rozbudowana. Tematycznie dominują w nim prace dotyczące funkcyjnych równań iteracyjnych i ich zbieżności, mamy dwie bardzo dobre prace dotyczące ergodyczności procesów Markowa (publikowane jak wspomniałem wcześniej w Potential Analysis i Semigroup Forum) i jedną pracę dotyczącą submartyngałowej charakteryzacji krat Banacha. Wśród prac dotyczących funkcyjnych równań iteracyjnych pojawiają się prace dotyczące zbieżności ogólnych iteracji probabilistycznych (w przestrzeniach Banacha), iteracji liniowych z losowymi współczynnikami. Szczególnie podobała mi się praca nr 4 o stochastycznych uogólnieniach twierdzeń typu Throna i Kreina Rutmana. Interesująca jest również praca nr 10 dotycząca rozwiązań ogólnych nierówności i równań funkcyjnych i ich związków ze zbieżnościami w  $L^1$  odpowiednich ciągów iteracyjnych. Iteracje losowych funkcji pojawiają się również w pracach 6, 7 i 9. W szczególności w pracy 10 jest badana ciągłość granic układów iteracyjnych.

Analiza całego dorobku habilitanta przekonuje mnie, że jest On doświadczonym matematykiem posługującym się dość szerokim aparacie badawczym posiadającym istotny dorobek naukowy. W bazie danych MatSciNet był On cytowany 31 razy przez 5-ciu autorów, zaś jest odnotowanych w tej bazie 18 jego prac. W bazie Web of Science habilitant jest cytowany 26 razy, (12 razy bez autocytowań). Index Hirsha wynosi 3 lub 2 (bez autocytowań, ale trzeba tu przyznać, że z taką samą liczbą cytowań to jest 2 jest aż 5 prac). Dr R. Kapica uczestniczył w różnych projektach badań statutowych, w tym kierował dwoma projektami badawczymi w 2010 roku, na Uniwersytecie Śląskim. Występował z komunikatami we wszystkich od 2004 roku Europejskich Konferencjach z Teorii Iteracji i Konferencji z Probabilistyki. Dwukrotnie otrzymał za działalność naukową i dydaktyczną nagrodę (II stopnia) Rektora Uniwersytetu Śląskiego.

Reasumując uważam, że przedstawiona rozprawa i dorobek naukowy dr Rafała Kapicy spełniają ustawowe wymagania stawiane przed osobami ubiegającymi się o nadanie stopnia doktora habilitowanego i dlatego popieram wnioski o nadanie dr Rafałowi Kapicy stopnia doktora habilitowanego.



prof. dr hab. Łukasz Stettner

Warszawa, 13 lutego 2014