

## Recenzja rozprawy habilitacyjnej przedstawionej przez dra R. Czaję pt. "Aspekty asymptotyki pólgrup i procesów ewolucyjnych"

Radosław Czaja urodził się w 1976 roku. Ukończył studia na Uniwersytecie Śląskim w Katowicach w 2000 roku. Doktorat obronił w tym samym miejscu w 2004 roku, jego promotorem był prof. dr hab. Jan Cholewa. Począwszy od 2004 roku jest pracownikiem Uniwersytetu Śląskiego. Przy czym odbył długie staże podoktorskie w Instituto Superior Tecnico w Lizbonie.

Ponadto uczestniczył w wizytach naukowych w wielu innych miejscach świata, uczestnicząc w konferencjach, szkołach, wsółpracy naukowej.

Na aplikację przedstawioną przez dra R. Czaję składają się główne osiągnięcie naukowe: seria pięciu prac, jedna samodzielna, opublikowana w *Nonlinear Anal.*, dwie wspólne prace z M.Efendievem, obie opublikowane w *J. Math. Anal. Appl.* oraz jedna wspólna praca z C. Rochą i praca czworga autorów, obie opublikowane w *J. Differential Equations*.

Na pozostały dorobek składają się książka, która była wynikiem doktoratu oraz 8 prac, m.in. publikowanych w *J. Differential Equations*, *Discrete Continuous Dynamical Systems* czy *Bull. London Math. Soc.*

Na początek omówię wyniki zawarte w głównym osiągnięciu habilitanta. Następnie wspomnę o wynikach z jego dorobku, po czym przejdę do podsumowania i wyrażenia swojej opinii.

Zacznę od zbiorczego omówienia wyników dwóch wspólnych prac z M.Efendievem oraz pracy samodzielnej 'Pullback exponential attractor...' wchodzących w skład osiągnięcia habilitanta. Wszystkie te prace dotyczą istnienia oraz własności tzw. pullback atraktorów dla nieautonomicznych równań różniczkowych cząstkowych. Jest to pojęcie stanowiące uogólnienie pojęcia atraktora globalnego na przypadek równań nieautonomicznych. Jak zostało to opisane w autoreferacie, we wspólnych pracach z Efendievem, autor dowodzi istnienia eksponencjalnych atraktorów tego typu dla pewnej rodziny procesów ewolucyjnych zadanych w formie abstrakcyjnej jako rozwiązania równań zwyczajnych o wartościach w przestrzeniach Banacha typu

$$u_t + Au = F(t, u) \text{ dla } t > s, u(s) = u_0.$$

$A$  jest operatorem (w zamyśle autorów różniczkowym) na odpowiednich przestrzeniach Banacha, natomiast  $F$  funkcją hölderowską względem czasu i lipszycowską względem przestrzeni (w odpowiednim sensie). Jeśli dodatkowo autorzy założą szereg wymagań na operator  $A$  oraz  $F$ , są w stanie pokazać nie tylko istnienie eksponencjalnego atraktora, wnioskować na temat pewnych fundamentalnych własności przez niego spełnianych, ale również szacują jego wymiar fraktalny.

Niestety trudno o konkretne zastosowania teorii, które pokazowałyby przydatność wyników w zrozumieniu ewolucji konkretnych procesów ze świata nauki. Autor w swoim autoreferacie nie ułatwił tu zadania recenzentom. Czytając autoreferat ma się wrażenie, że teoria rozwijana przez autora i Efendieva nie służy rozumieniu konkretnych przykładów. Jest raczej rozwijaniem pewnej teorii w obrębie znanych metod. Sugestia, że wyniki można stosować do rozwiązań równań typu FitzHugh-Nagumo, przychodzących z neurologii zdaje się być kompletnie chybiona. Otóż wspomniane równania występują w literaturze jako równania zwyczajne (typu) van der Pola. Nawet jeśli dołożyć (chyba dość sztucznie) w nich dyfuzję dostaniemy równania typu falowego (obecność drugich pochodnych po czasie) i wydaje się, że teoria z prac habilitanta z Efendievem nie ma tu zastosowania.

Wreszcie oszacowania uzyskane przez autorów, na podstawie których dowodzą swoich twierdzeń, wydają się być zupełnie standardowe. To oszacowania energetyczne, założenia na nieliniowości przyjęte są w taki sposób, aby oszacowanie dało się zamknąć.

Wyniki z prac z Efendievem rozszerzone są w samodzielnej pracy habilitanta 'Pullback exponential attractor...' w taki sposób, że można je stosować do nieautonomicznych równań parabolicznych typu Chafee-Infante z warunkami Neumanna na brzegu.

We wspólnej pracy z E.M. Bonotto, M.C. Bortolan oraz A.N. Carvalho 'Global attractors for impulsive dynamical systems- a precompact approach' autorzy wprowadzają koncepcję globalnego atraktora dla impulsywnych układów dynamicznych. Są to układy, w których ciągła ewolucja przerywana jest jakimś nagłym wydarzeniem. Autorom udało się pokazać, że globalny atraktor wprowadzony przez nich jest jednoznaczny. Pokazali oni również, że każdy dysypatywny układ impulsywny (pojęcie to zdefiniowane jest przez autorów) posiada taki atraktor, o ile spełnia warunki wyszczególnione w Definicji 2.3 z ich pracy. Znow, autor nie podaje żadnych konkretnych przykładów z nauki, inżynierii etc., gdzie badana teoria mogłaby coś dać.

Ostatnią pracą wchodzącą w skład osiągnięcia jest 'Transversality in scalar reaction-diffusion equations on a circle' napisana wspólnie z C. Rochą. Wyniki przedstawione w tej pracy dotyczą aspektów strukturalnej stabilności dla jednowymiarowych quasiliniowych równań przewodnictwa ciepła. Głównym wynikiem pracy zdaje się być twierdzenie o tym, że dla dwóch konkretnych rozwiązań okresowych  $\Pi^+$  oraz  $\Pi^-$  quasiliniowego jednowymiarowego równania ciepła, różnicy stabilna wychodząca z  $\Pi^+$  oraz niestabilna wychodząca z  $\Pi^-$ , jeśli się przecinają, to robią to w taki sposób, że suma prosta przestrzeni stycznych do tych różnic daje w rezultacie całą (nieskończoną wymiarową) przestrzeń fazową (wcześniej wybraną w konkretny sposób). Znow trudno o przykłady zastosowań dla takiego twierdzenia. Dr Czaja, ani w pracy, ani w autoreferacie nie zaprzęta sobie głowy przedstawieniem takich. Znow mam wrażenie, że w działalności podjętej przez R.Czaję chodzi o uogólnienie znanych pojęć (tym razem ze skończenie wymiarowego przypadku) na przypadek nieskończenie wymiarowy. Nie rozumiem motywacji, która temu przyświeca.

Natomiast niewątpliwie ostatnia z omawianych prac jest znacznie ciekawsza technicznie od pozostałych. Poza pojęciami topologiczno-geometrycznymi, których trzeba tu użyć, znacznie bardziej wymagająca jest strona oszacowań. Autorzy używają nietrywialnej i, w moim przekonaniu, interesującej koncepcji zliczania zmian w czasie ilości zer rozwiązań jednowymiarowego równania ciepła. Koncepcja ta pojawia się u H.Matano, który potrafił określić dzięki niej zbiory  $\omega$ -graniczne rozwiązań jednowymiarowego semiliniowego równania ciepła.

Jak chodzi o pozostały dorobek habilitanta, to po doktoracie mamy do czynienia z pracami, w których kandydat, podobnie jak w pracach z głównego osiągnięcia, studiuje istnienie lub inne własności (przede wszystkim oszacowania wymiaru) atraktorów, eksponencjalnych atraktorów lub pullback atraktorów. Niestety robi to w, jak mi się zdaje, oderwaniu od jakichkolwiek zastosowań, nawet w planach. Nie zadaje pytań nie związanych bezpośrednio z atraktorami, na które można by odpowiedzieć dzięki informacji ukrytej we własnościach atraktorów. Odnoszę wrażenie, że w pracach autora przyjmuje się założenia na bardzo abstrakcyjne modele, tak aby była możliwość użycia pewnej teorii i udowodnienia twierdzeń dotyczących atraktorów w tych abstrakcyjnych modelach. Nie dostrzegam prób odpowiedzi na konkretne pytania niesione przez konkretne modele/równania różniczkowe (które często mogłyby być wzięte z zewnątrz).

Zdecydowanie ciekawiej prezentuje się praca (przyjęta już do druku w DCDS) z W.Olivą i C. Rochą, gdzie autorzy proponują pewne uogólnienie potoków Morse'a-Smale'a na przypadek nieautonomiczny. Są to badania wymagające bardziej subtelnych metod układów dynamicznych, znacznie ciekawsze z technicznego punktu widzenia. Znow martwi mnie fakt, że autor nie przedstawia

motywacji swoich działań, nawet w autoreferacie. W przypadku skończenie wymiarowym potoki Morse'a-Smale'a mają piękne zastosowania w topologii rozmaitości. Rozumiem, że nie jest celem autorów studiowanie przestrzeni fazowej, na której działa nieautonomiczna nieskończona wersja potoku Morse'a-Smale'a. Uczciwie powiem, że nie mam pojęcia dlaczego autorzy zadali sobie trud badania tego zagadnienia (a autoreferat przedstawiony przez dra R.Czaję mi w tym nie pomógł).

Przechodząc do oceny dorobku habilitanta zacząć muszę od omówienia wpływu jego badań na rozwój dziedziny. Wydaje mi się słabo dostrzegalny. Autor (choć już 40-letni, od 15 lat obecny w matematyce) ma (według bazy MathSciNet) 26 cytowań przez 31 autorów, jego indeks Hirscha wynosi 3. To, jak na równania cząstkowe, słaby wynik. Nie dziwi on jednak, jeśli uświadomić sobie, że R.Czaja studiuje bardzo abstrakcyjne zagadnienia, które niewiele mogą pomóc jeśli chcemy odpowiedzieć na którekolwiek z bogactwa pytań niesionych przez zagadnienia równań cząstkowych. Dodatkowo, nie znalazłem w jego głównym osiągnięciu żadnego nieoczekiwanego oszacowania, które ja czy kto inny mógłby wykorzystać. Jasnym światłem jest praca 'Transversality in scalar...' wspólna z C.Rochą. Jej temat wydaje mi się ciekawszy, metody w niej użyte bardziej porywające. Jest to odzwierciedlone w bazie cytowań MathSci Net. Ma ona 9 cytowań czyli mniej więcej tyle co pozostałe pozycje głównego osiągnięcia.

R. Czaja publikował w pismach międzynarodowych, jednak raczej w średnich (lub czasem słabych). Ma też trzy prace w J. Differential Equations, które jest w moim przekonaniu niezłym pismem w swojej dziedzinie.

Na koniec chciałem odnieść się do tego czy R.Czaja wydaje mi się matematykiem dojrzałym do tego, aby prowadzić samodzielne badania i szkolić nowych matematyków. Mam z tym spory problem, z jednej strony niewątpliwie jest ekspertem w zakresie atraktorów. Nic widzę jednak wśród jego prac dowodu na to, że będzie w stanie próbować zagadnień z zakresu równań hiperbolicznych, eliptycznych czy nawet parabolicznych, jeśli pytania przez nie dostarczane nie będą wiązały się z atraktorami. Jego wpływ na młodych adeptów będzie więc raczej ograniczony.

Decyzja, którą muszę podjąć wydaje mi się bardzo trudna. Autor jest ekspertem w dość wąskiej dziedzinie, pozwala mu to publikować prace w międzynarodowych, czasem niezłych pismach. Nawiązał współpracę ze znanymi matematykami. Odbył staże zagraniczne, mówił na międzynarodowych konferencjach. Z drugiej strony wydaje się być bardzo jednostronny, dodatkowo jego rezultaty nie znajdują szczególnego oddźwięku, nawet w wąskiej dziedzinie, którą uprawia. Nie wydaje mi się, aby mógł być szczególnie pomocny w szkoleniu młodych matematyków poza zagadnieniami atraktorów. Ma też prace związane ze strukturalną stabilnością. Szczególnie artykuł z C.Rochą będący częścią osiągnięcia pozwala mi być optymistą. Bez szczególnego entuzjazmu, wręcz mimo wątpliwości, skłaniam się do stwierdzenia, że R.Czaja jest już matematykiem na tyle dojrzałym, aby być doktorem habilitowanym.

Warszawa, 05.06.2017

dr hab. Tomasz Cieślak, prof ndzw. IMPAN