dr hab. Piotr Wojtylak
Instytut Matematyki i Informatyki UO

Opole, 5 grudnia 2017

Recenzja rozprawy doktorskiej mgr. Anny Glenszczyk Semantyczne badania fragmentów Intuicjonistycznej Logiki Kontrolnej

Intuicjonistyczna logika kontrolna ICL powstaje przez dołączenie do rachunku Heytinga, czyli intuicjonistycznego fragmentu $\{\to, \vee, \wedge, 1, 0\}$, stałej $\perp$, różnej od "falsum intuicjonistycznego" 0. Nowa stała posiada niektóre własności "falsum klasycznego"i dlatego powstały system może być trakowany jako swoisty melanż logiki intuicjonistycznej i klasycznej. Autorzy pomysłu, C.Liang i D. Miller, kierowali się pewnymi potrzebami z zakresu informatyki teoretycznej. Motywacje te pozostają jednak dla mnie niejasne i nie mają też większego znaczenia dla recenzowanej rozprawy. W rozprawie badane są bowiem czysto formalne własności otrzymanego systemu logicznego, a nie jego informatyczne aplikacje.

Rozszerzenia rachunku Heytinga pojawiają się w literaturze logicznej. Najczęściej chodzi o nowe intuicjonistyczne operatory; w przeciwieństwie do logiki klasycznej, nie zakłada się bowiem żadnej pełności intuicjonistycznego języka $\{\to, \vee, \wedge, 1, 0\}$. Pojawiły się jednak w literaturze także rozszerzenia rachunku Heytinga "klasyczną"(silną) negacją, czyli systemy bliskie ICL. Pomimo pewnych zbieżności, intuicjonistyczna logika kontrolna wydaje się być pomysłem odmiennym i niezależnym. Żałuję jednak, że nie wspomina się w rozprawie o tych wcześniejszych próbach pogodzenia spójników logiki intuicjonistycznej i klasycznej. Pierwszych 20 stron zawiera wstęp, w którym Doktorantka wykazuje ogólną wiedzę teoretyczną w zakresie konstruktywistycznych podstaw matematyki, ale mało to dotyczy zasadniczego tematu pracy.

Rozdział drugi rozprawy dotyczy monadycznego fragmentu ICL, czyli formuł jednej zmiennej p. Zapewne, wydawało się możliwe opisanie tego fragmentu w analogiczny sposób jak w przypadku rachunku Heytinga; czyli za pomocą (jakiegoś rozszerzenia) algebry Riegera-Nishimury. W świetle uzyskanych rezultatów marzenia te okazują się jednak płonne. Monadyczny fragment ICL jawi się jako struktura dużo bardziej skomplikowana, niż algebra Riegera-Nishimury. Doktoranta wylicza wszystkie nierównoważne formuły języka $\{p, \neg, \sim\}$; jest ich dokładnie 15; a następnie opisuje domknięcie tego podjęzyka na koniunkcję i alternatywę. Wyliczenie wszystkich formuł wymagało drobiazgowych rachunków i wiele uwagi, co wypada podkreślić, a uzyskana odpowiedź wcale nie była oczywista, czy oczekiwana. Podjęte są również próby opisu modnadycznych struktur szerszych języków, ale daleko tam do pełnej kraty z dwoma negacjami. Bardzo ciekawe w tym kontekście jest Twierdzenie 2.5.2 głoszące że monadyczny ("klasyczny") fragment $\{p, \rightarrow, \vee, \wedge, \perp\}$ jest skończony, liczy 12 elementów, które łatwo zestawić w kratę. Zamiana intuicjonistycznej stałej 0 na klasyczną $\perp$, wydaje się bardzo upraszczać rachunki.

Najważniejsze rezultaty rozprawy znajdują się w rozdziale trzecim. ICL zostaje zinterpretowana w pewnym systemie logicznym, nazwanym AT. Doktorantka rozszerza znaną translację rachunku Heytinga w logikę modalną K4, definiując w odpowiedni sposób stałą $\perp$. Definicja jest raczej nieoczekiwana i wymaga użycia niestandardowego środka logicznego jakim jest kwantyfikacja zdaniowa. Otrzymujemy zatem rozszerzenie kwantyfikatorami zdaniowymi pewnej logiki modalnej nad K4. W kolejnych twierdzeniach, wykazana została możliwość zinterpretowania AT w monadycznej teorii drzew drugiego rzędu, teorii znanej ze swojej rozstrzygalności (Rabin). Pośrednio otrzymujemy w ten sposób rozstrzygalność ICL, ale wynik ten był już chyba znany. Doktorantka zastanawia się nad stopniem złożoności obliczeniowej ICL. To jednak jest kwestia trudna, myślę że daleko wykraczająca poza zakres materiału zawarty w rozprawie. Zamieszczony w Załączniku 3 algorytm ma w tym jakoś pomóc, ale przyznam się że nie wiem jak; nie rozumiem algorytmu i nie wiem po co dołączono go do rozprawy.

Pomysł aby, próbować definiować $\perp$ w logice modalnej był, moim zdaniem, słuszny i uzyskano w tym zakresie pewne pozytywne rozwiązanie. Pozostaje kwestia oceny środków użytych do jego realizacji, a w szczególności konieczność użycia zdaniowej kwantyfikacji. W rozprawie pełno jest autorytatywnie wypowiedzianych sądów, na które brakuje jakichkolwiek dowodów. Przykładowo, na stronie 59, Doktorantka pisze "Stała $\perp$ nie może być przetłumaczona na formułę zależną od zmiennych, ani na żadną ze stałych". Tymczasem brak jest w pracy nawet dowodu, dość banalnego faktu, że $\perp$ nie da się (choćby kontekstowo) zinterpretować w rachunku Heytinga. W logice modalnej K4 mamy nieskończenie wiele stałych logicznych i wcale nie jest to takie oczywiste, iż jedną z nich nie może być $\perp$. Wreszcie, użycie intuicjonistycznego odpowiednika K4 mogło by być tutaj jeszcze bardziej pomocne.

Końcowy fragment rozprawy, wykracza zdecydowanie poza zakres badań nad logiką ICL i dotyczy raczej kwestii definiowania, w logice rzędu drugiego, pojęcia spełnialności (i prawdziwości) formuł modalnych z kwantyfikatorami zdaniowymi. Ten fragment rozprawy, a w szczególności dowody Twierdzenia 3.3.3 oraz Twierdzenia 3.3.4., uważam za bardzo udany i zawierający istotne wyniki.

Podsumowując, recenzowana rozprawa zawiera sporo oryginalnych i interesujących rezultatów. Znalezienie odpowiednika algebry Riegera-Nishimury dla formuł monadycznych ICL, oraz określenia stopnia rozstrzygalności tej logiki, okazały sie co prawda problemami zbyt trudnymi (nie wiem czy ktokolwiek tym kwestiom poradzi), ale częściowe rezultaty uzyskane w tym zakresie uznaję za całkowicie satysfakcjonujące. Przyznam jednak, że oczekiwałem od Doktoranki rozstrzygnięcia mniej ambitnych kwestii. Interesowało mnie choćby zachowanie (lub niezachowanie) elementarnych własności rachunku Heytinga, takich jak rozkład alternatywy, interpolacja, wzajemna niedefiniowalność spójników itd. Nie rozumiem także braku standardowej aksjomatyki dla ICL, system ten definiowany jest trochę dziwacznym rachunkiem sekwentów LJC (strona 25), bądź też semantycznie (Twierdzenie 2.1.5) i nie wiem czemu tak być musi.

Dostrzegam w rozprawie usterki natury redakcyjnej i dołączam do recenzji swoje uwagi dotyczące tych kwestii.

Wszystkie dostrzeżone mankamenty merytoryczne i redakcyjne nie wpływają na moją zdecydowanie pozytywną opinię o pracy. Stwierdzam, że recenzowana rozprawa doktorska omawia istotne kwestie poruszane we współczesnej literaturze naukowej, przedstawia oryginalne i niebanalne rezultaty naukowe. Recenzowana praca z całą pewnością spełnia wszystkie wymogi stawiane przed rozprawami doktorskiego. W szczególności stanowi ona oryginalne rozwiązanie problemu naukowego, wykazuje ogólną wiedzę teoretyczną doktoranta i umiejętność samodzielnej pracy naukowej. Wnoszę zatem o dopuszczenie mgr. Anny Glenszczyk do dalszych etapów przewodu doktorskiego, a w szczególności o dopuszczenie do publicznej obrony rozprawy.

Uwagi do rozprawy doktorskiej mgr. Anny Glenszczyk

1. R-modele. Nie był to fortunny pomysł, aby R-modele koniecznie musiały falsyfikować $\perp$ w korzeniu. Podmodele generowane i p-morficzne obrazy R-modeli mogą nie być R-modelami, choć pozostają modelami ICL. Teoria modeli dla R-modeli trochę się komplikuje (i użycie p-morfizmów w dowodzie 2.5.3 na stronie 54 wymagało jakiegoś wprowadzenia). Jednym z fundamentalnych zadań teorii modeli jest wyliczenie wszystkich modeli danej teorii, a R-modele to daleko nie wszystkie modele ICL. Co więcej potrzebujemy niekiedy tych innych modeli (definicja 2.3.5 i dalej) i tworzenie dla nich nowego bytu: pseudomodele (jak już powinno być raczej pseudo-R-modele), to w moim odczuciu trochę gwałt zadany zasadom logiki.

2. Drzewa. Rozumiem, iż powołując się na twierdzenie Rabina musimy mówić o drzewach. Jednak ograniczenie (od samego początku) modeli Kripkego do drzew jest grubą przesadą, bo to niczemu nie służy. Gdyby R-modele były dowolnymi uporządkowanymi strukturami, to byłoby ładniej, można by choćby semantycznie definiować rozszerzenia ICL i mielibyśmy dodatkowe twierdzenie, iż do scharakteryzowania ICL wystarczają wyłącznie drzewa.

3. Definicja forsowania (str. 23). Brakowało mi (explicite sformułowanej) własności, że forsowanie formuły języka ICL jest monotoniczne; tzn. forsowanie formuły w danym wierzchołku zapewnia jej forsowanie w każdym wierzchołku wyżej. To ważna własność i jej brak sugerował, iż w odróżnieniu od intuicjonizmu, w ICL to nie zachodzi.

4. Str. 24_5. Zamiast φ jest p.

5. Rysunek 2.3, strona 27. Podpis nie jest adekwatny do zawartości, ale to nieistotne. Aby rysunek przedstawiał intuitcjonistyczną kratę $\{p, \sim, \vee, \wedge\}$, to musimy jeszcze dodać 1. Powyżej rysunku dość niejasno napisano, że przedstawia domknięcie intuicjonistycznego fragmentu $\{p, \sim\}$ na supremum i infimum. Dla mnie takie domknięcie powinno pozostać domknięte na $\sim$. Może Doktorantka rozumie rzecz inaczej, ale pewności nie mam. Ponieważ chodzi tu o fragmenty intuicjonizmu, to wiem jak się rzeczy mają i nie potrzeba mi wyjaśnień. Gorzej, że w dalszej części rozprawy podobne niejasności pojawiają się w związku z fragmentami ICL; rys. 2.8, 2.9 i 2.12 na stronie 47-48. Nie wiem czy (pół)kraty przedstawione na rysunkach są domknięte na negacje (pomijając brak 1 na rys. 2.8). Nie wiem nawet czy fragment $\{p, \sim, \neg, \vee, \wedge\}$ jest skończony. Tekst rozprawy sugeruje, że jest skończony, choć twierdzenia brak; co może znaczyć, iż problem całkowicie rozwiązany jednak nie został. Nawet gdy graficzne przedstawienie kraty "byłoby zbyt skomplikowane", to twierdzenie (analogiczne do 2.5.2 na stronie 50)

powinno się było jednak ukazać.

6. Lemat 2.3.1 na stronie 30 jest całkowicie nieczytelny. W matematyce zdarzają się techniczne (nieintuicyjne), ale użyteczne własności. Tu jednak nie ma to miejsca. Jeżeli wczytać się w treść lematu to zauważymy, że następniki wszystkich czterech implikacji są prawdziwe jeżeli tylko w modelu istnieje świat urojony ($\exists_w\ w > r$). Zatem dla wszystkich takich modeli lemat jest trywialnie prawdziwy i przez to jest zupełnie bezwartościowy. Można lemat ten stosować tylko i wyłącznie względem 1-elementowych modeli (gdzie nie ma światów urojonych). Wtedy jednak mamy do czynienia z logiką klasyczną, gdzie obie negacje są równoważne i lemat mówi, iż w logice klasycznej parzysta liczba negacji kolapsuje. Własność ta z pewnością nie wymaga już dowodu. Zatem Lemat 2.3.1 i jego dowód jest całkowicie zbędny (trzy strony tekstu gdzie i tak tylko dwie z czterech własności udowodniono).

7. Niejasna jest dla mnie struktura (logika) rozdziału drugiego. Na stronie 33 (poniżej rysunku 2.5) wypowiedziane jest pewne stwierdzenie dotyczące kontrmodeli dla formuł negacyjnych. Stwierdzenie to jest ewidentnie fałszywe w odniesieniu do ICL (co też wyraźnie na następnej stronie napisano). Doktorantka formułuje na stronie 35 poprawioną wersję swojego stwierdzenia, ale pozostawia ją bez dowodu. Czytając rozprawę ma się zatem wrażenie, że dalsze rozważania rozdziału drugiego opierają się na tym nieuzasadnionym fakcie i mamy zatem tutaj sporą lukę w argumentacji. Dopiero starannie przeglądając wszystkie rezultaty (łącznie z dodatkami) zauważamy, że Doktorantka, niezależnie od stwierdzenia na stronie 35, wylicza – bardzo starannie – wszystkie nierównoważne formuły negacyjne i opisuje ich kontrmodele dowodząc w ten sposób (pośrednio) stwierdzenia ze strony 35. Czemu taka dziwaczna redakcja, nie rozumiem. Przyznaję, że chętnie bym zobaczył niezależny dowód inkryminowanego stwierdzenia (co by znacznie podniosło abstrakcyjność rozważań).

8. Nie ma to większego znaczenia, ale szacowanie na stronie 33_{17-10} daje $3 \cdot 2^4$, a nie 2^5, nierównoważnych formuł.

9. Lemat 2.4.2 na stronie 36 jest natychmiastowym wnioskiem z Lematu 2.4.3 (który dowodzony jest bez odwołania do 2.4.2). Mnożą się zatem niepotrzebne rachunki.

10. Zastanawiam się czy translacja języka ICL, określona na stronie 60, nie dałaby sie zmodyfikować, przez opuszczenie kwantyfikatorów, tak aby przyjmowała wartości w języku modalnym. Gnębi mnie trochę brak dowodu, że $\perp$ nie da się zdefiniować w logice modalnej (bez kwantyfikatorów). Rozważamy bowiem wtedy K4 modele prawie-zwrotne;

tzn takie gdzie tylko korzeń może nie być zwrotny. Wiadomo, że logika wyznaczana przez takie modele to $\mathsf{K4}+\Box(\Box A \to A)$, gdzie mamy cztery stałe i różne inne sposoby na definiowanie $\bot$.

11. Jeden z najważniejszych wyników pracy: $\varphi \in \mathsf{ICL} \Leftrightarrow \varphi^a \in \mathsf{AT}$, nie został nigdzie wyrażony jako twierdzenie, czyli nie posiada dowodu.

12. Twierdzenie 3.2.4 na stronie 61 jest trochę wadliwie sformułowane (za słabo). Myślę, że definiując M^a (na poprzedniej stronie) należało jako V^a wziąć dowolne wartościowanie modalne i do niego dobrać intuicjonistyczne V składając V^a z podstawieniem $p/\boxdot p$ i uwzględniając jeszcze $\bot$. Dowód 3.2.4 niewiele się wtedy zmieni, ale wnioskiem z tak przeformułowanego 3.2.4 będzie twierdzenie wspomniane w punkcie 11.

13. Str. 65[14] zamiast $\forall_p\psi$ i $\exists_p\psi$ ma być $\Box\psi$ i $\Diamond\psi$.

14. Lemat 3.3.3., str. 65. Wbrew zapowiedziom, okazuje się w dowodzie, że formuła φ może posiadać zmienne wolne. To dobrze. Jednak oznaczenie wartościowania zmiennych drugiego rzędu jest wysoce niejasne; myślę, że lepiej by było gdyby litera α nie pojawiła się we wzorach.

15. a-Drzewa pisałbym zawsze z małej litery a, nawet gdy to pierwsze słowo zdania.